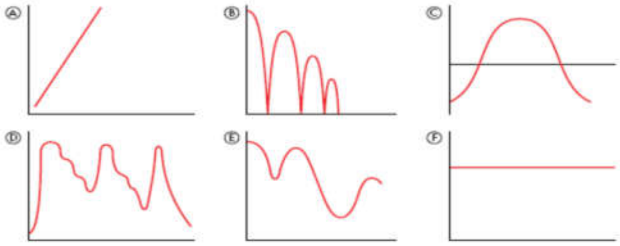
Funciones

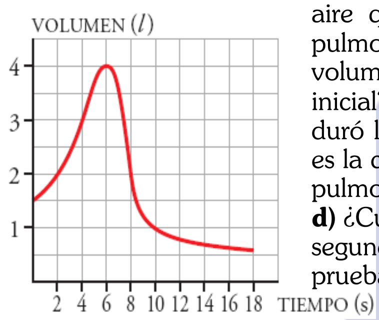
1.- Asocia cada gráfica con las situaciones descritas más abajo, y di en cada caso que representan los ejes de abscisas y los de ordenadas.



1) Altura de una pelota que bota al pasar el tiempo. **2)** Edad de una persona con el paso del tiempo. **3)** Temperaturas mínimas diarias en Segovia a lo largo de un año. **4)** Precio de las bolsas de patatas fritas. **5)** Nivel de agua de un pantano a lo largo de un año. **6)** Evolución de la prima de riesgo española.

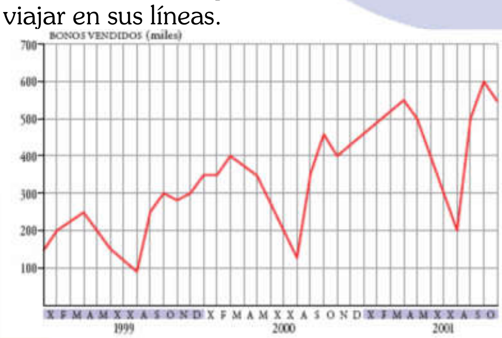
Sol: 1) B; 2) A; 3) C; 4) F; 5) D; 6)

2.- Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y, después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro. Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones. **a)** ¿Cuál es el volumen en el momento inicial? **b)** ¿Cuánto tiempo duró la observación? **c)** ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona? **d)** ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba? ¿Y cuándo termina?



Sol: a) 1,5 l. b) 18 seg. c) 4 l. d) 1 l. Tiende a 0,5 l.

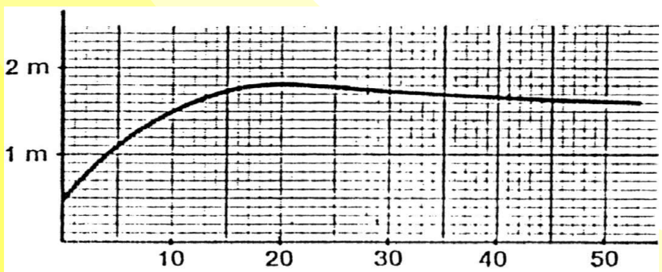
3.- Una compañía de transporte público recogió en una gráfica la información que tiene sobre la venta de bonos para viajar en sus líneas.



a) ¿Durante cuánto tiempo se hizo este estudio?, **b)** ¿En qué momento del año 1999 se vendieron menos bonos?, **c)** ¿Y en cada uno de los años 2000 y 2001?, **d)** ¿En qué momento del año 2001 se produce la máxima venta? , **e)** ¿A qué lo atribuyes?, **f)** ¿En qué periodos anuales es mayor el crecimiento en la venta de bonos?, **g)** ¿En qué estación del año es decreciente la venta?

Sol: a) 34 meses, b) Agosto, c) En agosto; d) Octubre, e) A la vuelta al trabajo, f) De agosto a octubre, g) Primavera

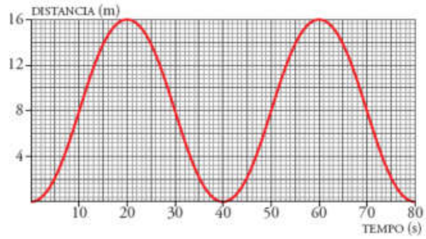
4.- La siguiente gráfica muestra la estatura media de los españoles según su edad:



a) ¿Cuál es la variable dependiente?, **b)** ¿y la independiente, **c)** ¿Cuál es la estatura media a los 10 años?, **d)** ¿Cuál es la etapa de vida de crecimiento?, **e)** ¿A partir de qué edad se disminuye de altura?, **f)** ¿A qué edad la altura es máxima?, **g)** ¿Cuál es la altura mínima?

Sol: a) altura, b) edad, c) 1,5 m; d) de 0 a 20 años, e) a partir de 20 años, f) a los 20 años, g) 0,5 metros

5.- Los cestos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función: *tiempo - distancia* al suelo de un cesto. **a)** ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?, **b)** Indica cuál es la altura máxima y cuál es el radio de la noria, **c)** ¿Es esta una función periódica?, **d)** ¿Cuál es el período?, **e)** Calcula la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica.



Sol: a) 40 seg; b) 16 m; r=8m; c) Si; d) 40 s; e) 8 m

6.- Luis ha tardado 2 horas en llegar desde su casa a una ciudad situada a 200 km de distancia, en la que tenía que asistir a una reunión de trabajo. Ha permanecido 2 horas en la ciudad y ha vuelto a su casa, invirtiendo 4 horas en el viaje de vuelta. **a)** Represента la gráfica tiempo-distancia a su casa. **b)** Si suponemos que la velocidad es constante en el viaje de ida, ¿cuál sería esa velocidad? **c)** Si también suponemos que la velocidad es constante en el viaje de vuelta, ¿cuál sería esa velocidad?

Sol: b) 100 km/h; c) 50 km/h

La relación entre el radio de una circunferencia y su longitud es una función. Indica cuál es la variable independiente, la variable dependiente y expresa algebraicamente la función.

La variable Independiente es el radio, y la dependiente es la longitud.

La función relaciona la longitud con el radio, por tanto:

$$Longitud = L(R) = 2 \cdot \pi \cdot R$$

7.- La tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño durante los primeros meses de vida:

Tiempo (meses)	0	3	9	15	21	27	33
Perímetro (cm)	34	40	44	46	47	48	49

a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada. **b)** ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño? **c)** ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

Sol: c) 50 cm

8.- Un tiovivo acelera durante 2 minutos hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 7 minutos y decelera hasta parar en 1 minuto. Tras permanecer 5 minutos parado, comienza otra vuelta. Dibuja la gráfica tiempo-velocidad.

9.- Completa esta tabla, en la que se relacionan la base y la altura de los rectángulos cuya área es de 12 m^2:

Base X (m)	1	2	3	4	6	12	x
Altura Y (m)	12	6	4	3	2	1	12/x

Representa gráficamente esta función e indica su expresión algebraica.

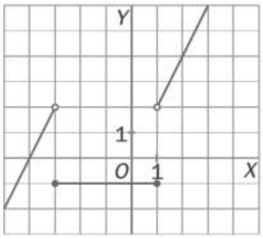
Sol: b) y=12/x

10.- El precio por establecimiento de llamada en cierta tarifa telefónica es de 0,12 euros. Si hablamos durante 5 minutos, la llamada nos cuesta 0,87 euros en total. Halla la función que nos da el precio total de la llamada según los minutos que estemos hablando y represéntala.

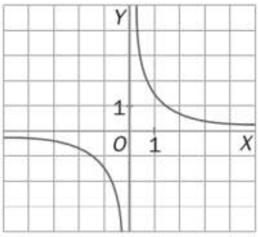
Sol: a) Y = 0,12 + 0,15x

11.- Estudia las discontinuidades de estas funciones

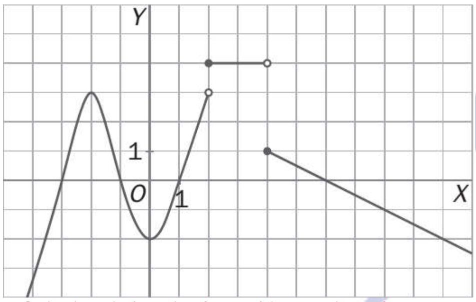
a)



b)

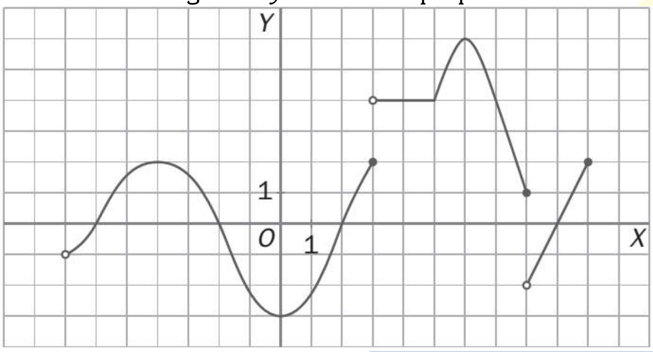


c)



Sol: a) y c) de salto finito; b) De salto infinito o asintótica

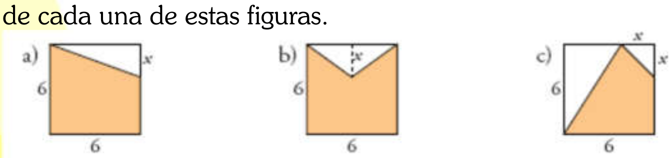
12.- Observa la gráfica y estudia sus propiedades:



a) Dominio y recorrido. **b)** Calcula f(-4), f(4) y f(8). **c)** Continuidad. **d)** Cortes con los ejes. **e)** Crecimiento y decrecimiento. **f)** Máximos y mínimos, absolutos y relativos.

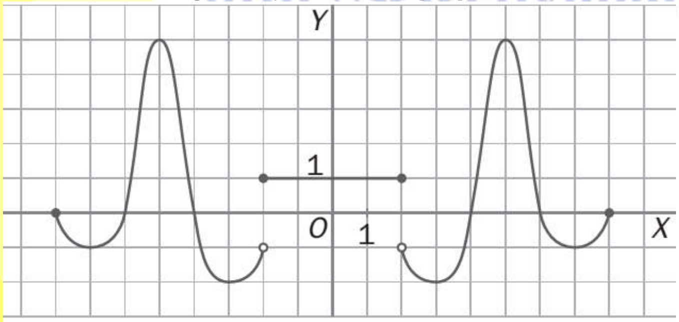
Sol: a) (-7,10] (-3,6); b) 3; 4; 1; c) Continua en su dominio excepto en 3 y en 8 donde hay discontinuidades de salto; d) (-6,0) (-2,0) (0,-3) (9,0); e) Creciente en (-7,-4)U(0,3)U(5,6)U(8,10), decreciente en (-4,0)U(6,8); f) Máximos en (-4,2) y Absoluto en (6,6); Mínimo absoluto en (0,-3).

13.- Escribe en función de "x" el área de la parte coloreada de cada una de estas figuras.



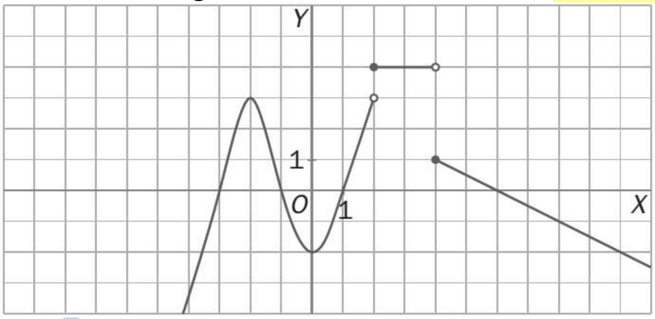
Sol: a) 36-3x; b) 36-3x; c) $18+3x-x^2/2$

14.- Observa la gráfica y estudia las propiedades:

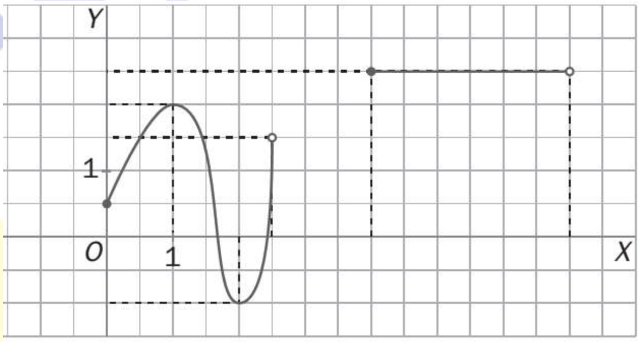


a) Dominio y recorrido. **b)** Intervalos de continuidad y discontinuidades. **c)** Cortes con los ejes. **d)** Crecimiento y decrecimiento. **e)** Máximos y mínimos absolutos y relativos. **f)** Simetrías.

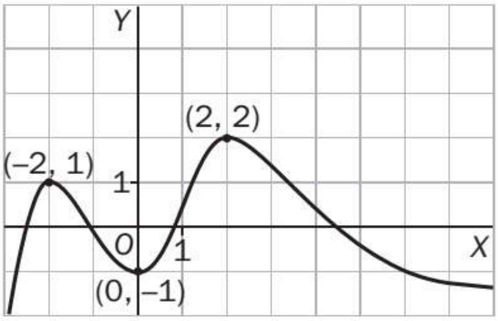
15.- Estudia la siguiente función:



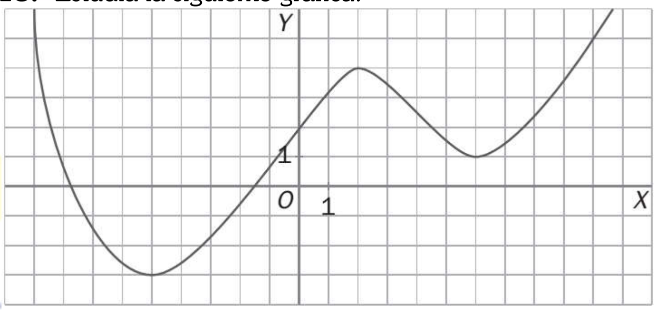
16.- Estudia la función:



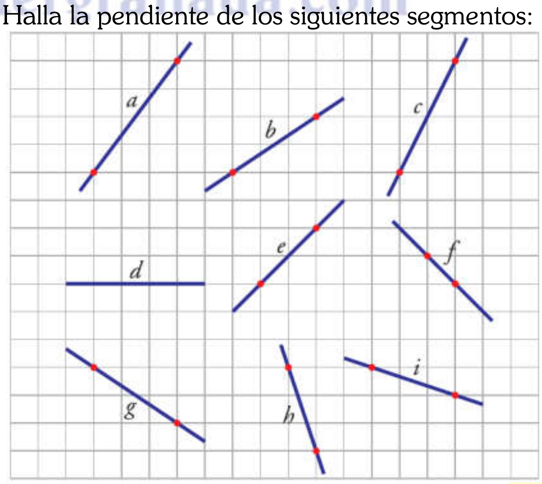
17.- Dime todo lo que puedas de la siguiente función:



18.- Estudia la siguiente gráfica:



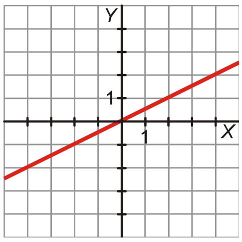
19.- Halla la pendiente de los siguientes segmentos:



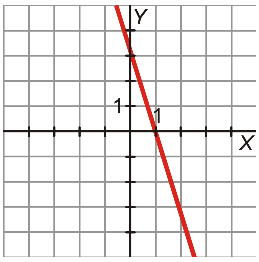
Sol: a) 4/3; b)2/3; c) 2; d) 0; e) 1; f) -1; g) -2/3; h)-3; i) -1/3

20.- Di cuál es la pendiente de cada una de estas rectas:

a)



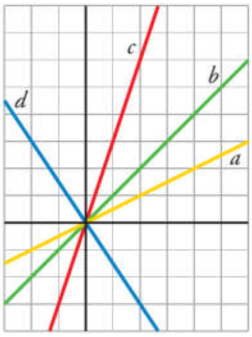
c)

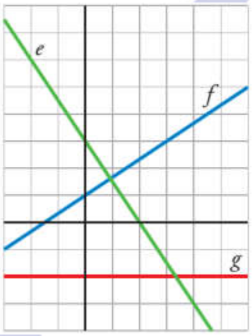


b) $y = \dfrac{4x-1}{2}$ **d)** $2x + 3y = 4$

Sol: a) 1/2; b) - 3; c) 2; d) - 2/3

21.- Escribe la ecuación de cada una de las siguientes funciones:





Sol: a) $y=\frac{x}{2}$; b) $y=x$; c) $y=3x$; d) $y=-\frac{3}{2}x$; e) $y=-\frac{3}{2}+3$; f) $y=\frac{2}{3}x+1$; g) $y=-2$

22.- Representa gráficamente estas rectas:

a) $y=-2x+1$ b) $y=\frac{3}{2}x-1$ c) $y=-1$ d) $y=-\frac{3}{5}x-1$

23.- Despeja y en cada caso y representa gráficamente:
a) $x+2y+1=0$ b) $2y=2$ c) $3x+4y=12$

24.- Escribe la ecuación de una recta paralela al eje Y que pase por (-3, 1). La recta obtenida, ¿corresponde a una función?

Sol: *x* =-3. No, porque para *x = -3* hay infinitos valores de *"y"*.

25.- Sea la recta: $y = \dfrac{2x-3}{5}$; **a)** Indica su pendiente y explica, sin dibujarla, si es creciente o decreciente. **b)** Escribe la ecuación de la recta con la misma pendiente pero que pase por (0,0).

Sol: a) m = 2/5; b) y = 2/5x

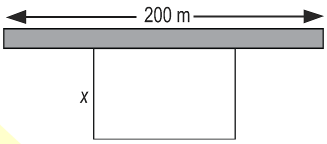
26.- Halla la ecuación de cada una de estas rectas:
a) Paralela al eje OX y que pasa por el punto P(4,5).
b) Pasa por los puntos A(15,10) y B(8,-6).

Sol: a) y=5; b) 16x-7y=170

27.- Halla la ecuación de cada una de las siguientes rectas: **a)** Tiene pendiente -2 y corta al eje Y en el punto (0,3). **b)** Pasa por los puntos M(4,5) y N(2,-3).

Sol: a) y = -2x+3; b) y = 4x - 11

28.- Con 200 metros de valla queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared: **a)** Llama x a uno de los lados de la valla. ¿Cuánto valen los otros dos lados? **b)** Construye la función que nos da el área del recinto.



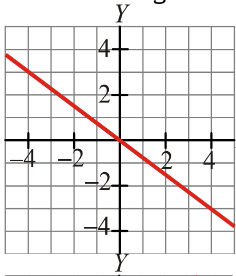
Sol: a) Uno x y el otro 200-2x; b) $A=200x-2x^2$

29.- Un técnico de reparaciones de electrodomésticos cobra 25 € por la visita, más 20 € por cada hora de trabajo. **a)** Escribe la ecuación de la recta que nos da el dinero que debemos pagar en total, y, en función del tiempo que esté trabajando, x. **b)** Represéntala gráficamente. **c)** ¿Cuánto pagaríamos si hubiera estado 3 horas?

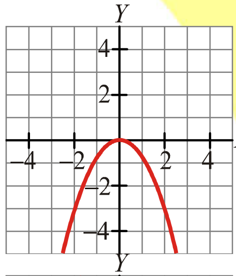
Sol: a) Y = 25 + 20x; c) Si x= 3 horas, y= 85 €

30.- Asocia cada gráfica con su ecuación:

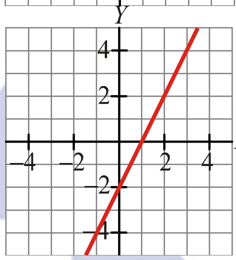
a)



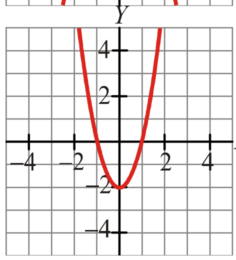
b)



c)



d)



1) $y=\dfrac{-3x^2}{4}$ **2)** $y=\dfrac{-3x}{4}$

3) $y=2x^2-2$ **4)** $y=2x-2$

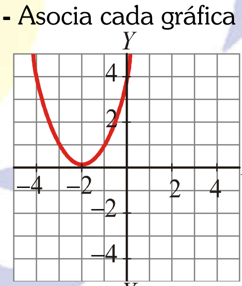
Sol: a) 2; b) 1; c) 4; d)3

31.- Escribe la ecuación de una recta paralela al eje Y que pase por (-3, 1). La recta obtenida, ¿corresponde a una función?

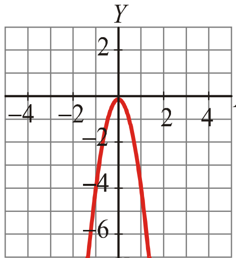
Sol: *x* =-3. No corresponde a una función porque para el valor *x = -3* hay infinitos valores de *"y"*.

32.- Asocia cada gráfica con su ecuación:

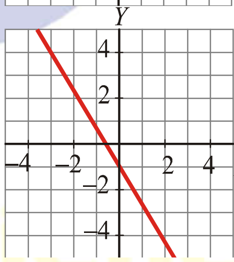
a)



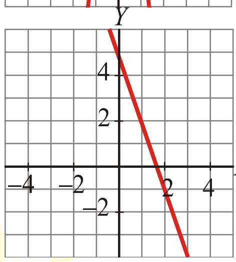
b)



c)



d)



1) $y=-3x+5$ **2)** $y=(x+2)^2$

3) $y=-\dfrac{5}{3}x-1$ **4)** $y=-4x^2$

Sol: a) 2; b) 4; c) 3; d) 1

La función que relaciona cada hora con su temperatura ambiental no tiene expresión algebraica. Razónalo. ¿Puedes poner otro ejemplo de función similar?

No tiene expresión algebraica porque la temperatura no es predecible en función del tiempo. Otro ejemplo sería la función que relaciona la edad con el peso de una persona.

33.- Dada la recta: *y=-7x+6*, halla: **a)** Dominio y recorrido, **b)** Pendiente y ordenada en el origen, **c)** Puntos de corte con los ejes, **d)** Indica si es creciente o decreciente y señala por qué. **e)** Pertenece a ella el punto A(-30,216) y el punto B(10,76)? **f)** Si consideramos la recta *y = 2x+2*, ¿qué posición tiene esta recta respecto a la recta anterior? Si se cortan, hallar el punto de corte.
g) Pon dos ejemplos de funciones paralelas a la función del principio. **h)** Represéntala gráficamente.

Sol: a) Dom(f)= IR, Rec(f)=IR; b) m=-7; n=6; c) (0,6) y (6/7,0) d) Decre; e) A SI, B no; f) Secantes en (4/9,26/9) g) y=-7x; y=-7x-7

34.- Halla la ecuación de la función de proporcionalidad que pasa por el punto (–5, 25).

Sol: y = –5x

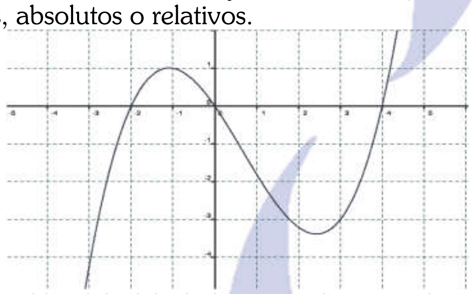
35.- Pablo sale a dar un paseo caminando a 2 km/h. Un cuarto de hora más tarde sale a buscarlo su hermano que camina a 3 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance? Represente las gráficas y escribe la solución.

Pablo: Y = 2*x*; Hermano Y = 3x –3/4. Alcanza en: x = 3/4 h ; y = 1,5 km.

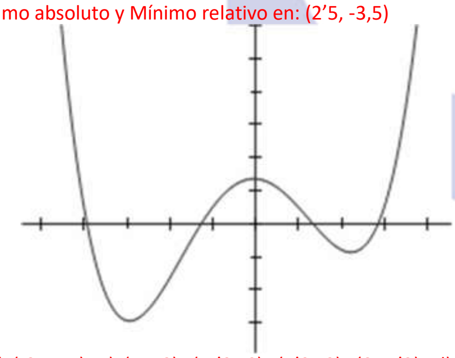
36.- Rocío sale en bici desde la plaza hacia un pueblo cercano a una velocidad constante de 3 m/s. Sabiendo que la plaza está a 6 m de su casa: **a)** Halla la ecuación de la recta que nos da la distancia, y, en metros, a la que está Rocío de su casa al cabo de un tiempo x (en segundos). **b)** Represéntala gráficamente. **c)** ¿Cuál sería la distancia al cabo de 10 segundos?

Sol: a) y= 6+3x; b) Si, x = 10 seg; c) y = 36 m.

37.- Dadas las siguientes funciones, hallar: **a)** Dominio, **b)** Recorrido, **c)** Puntos de corte con los ejes, **d)** Continuidad, **e)** Intervalos de crecimiento y decrecimiento, **f)** Máximos y mínimos, absolutos o relativos.



1) a) IR; b) IR; c) (-2, 0), (0,0), (4,0); d) Continua; e) Creciente: (- ∞ , -1) U (2`5,+ ∞) y Decreciente: (-1, 2'5); f) No Máximo absoluto, Máximo relativo en: (-1, 1); No Mínimo absoluto y Mínimo relativo en: (2'5, -3,5)



2) a) IR; b) (-3,+ ∞); c) (-4, 0), (-1'2, 0), (1'2, 0), (0, 1'2); d) Continua; e) Creciente: (-3, 0) U (2,+ ∞), Decreciente: (+ ∞ ,-3)U (0,2); No Más Abs, Máximo relativo en: (0, 1'2), No Mín. absoluto y Mínimo relativo en: (-3, -3)

38.- Representa la función de la que sabemos: Que su dominio es [-10,9], que f(-10)= 5 y que f(9)=1, que es continua en [-10,9], que es creciente en [-6,-1]U[4,9] y que es decreciente en [-10,-6]U[-1,4], que presenta un máximo en (-1,2), y mínimos en (-6,-3) y (4,-2), que corta al eje X en los puntos (-7,0), (-3,0), (1,0) y (7,0) y al eje Y en el punto (0,1).

39.- Un depósito contiene 350 l de agua. Se le conecta una bomba que aporta 30 litros de agua cada minuto, a la vez que se abre un desagüe que evacúa 80 litros por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en vaciarse el depósito?

Sol: 7 minutos

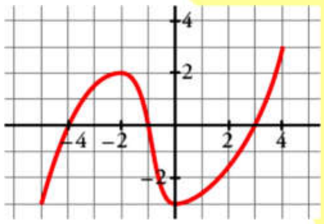
40.- Los puntos A(3,2), B(8,2) y C(6,6) determinan un triángulo. Calcular las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.

Sol: $LADO_{AB}$: y=2; $LADO_{AC}$: y=4/3x-2; $LADO_{BC}$:-y=-2x+18

41.- El recibo de la luz de un mes fue de 34 € por 120 kWh de consumo. Otro mes, el consumo fue 250 kWh, y el importe de 60 €. **a)** Expresa algebraicamente la función que relaciona el consumo con el importe a. **b)** ¿Cuánto pagaremos si consumimos 400 kWh?

Sol: a) *y* = 0,2*x* + 10; b) 90 €

42.- Estudiar de la siguiente función el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, periodicidad y tendencia, la continuidad, los máximos y mínimos relativos y absolutos y los cortes con los ejes.



43.- Un depósito contiene 240 l de agua y recibe el caudal de un grifo que aporta 9 l por minuto. Un segundo depósito contiene 300 l y recibe un caudal de 4 l por minuto. ¿Cuánto tiempo pasará hasta que ambos depósitos tengan la misma cantidad de agua?

Sol: 12 minutos

44.- En una agencia de alquiler de coches cobran, para un modelo concreto, 50 € fijos más 0,20 € por cada kilómetro recorrido. En otra agencia, por alquilar el mismo modelo, cobran 20 € fijos más 0,30 € por cada kilómetro recorrido. **a)** Obtén, en cada uno de los dos casos, la expresión analítica de la función que nos da el gasto total según los kilómetros recorridos. **b)** Representa, en los mismos ejes, las dos funciones anteriores. (Elige una escala adecuada, tomando los kilómetros de 100 en 100). **c)** Analiza cuál de las dos opciones es más ventajosa, según los kilómetros que vayamos a recorrer.

Sol: y_1=50+0,2·x; y_2=20+0,3x; b) < 300 km la agencia 2 y >300 km la agencia 1. Si vamos a recorrer 300 km nos da igual la agencia.

45.- En el contrato de trabajo, a un vendedor de libros se le ofrecen dos alternativas: A: Sueldo fijo mensual de 1 000 €. B: Sueldo fijo mensual de 800 € más el 20% de las ventas que haga. **a)** Haz una gráfica que muestre lo que ganaría en un mes según la modalidad del contrato. Toma, como x, las ventas que haga, y como y, el sueldo.
b) Escribe la expresión analítica de cada función. **c)** ¿A cuánto tienen que ascender sus ventas mensuales para ganar lo mismo con las dos modalidades del contrato? ¿Qué ganancias obtendrá?

Sol: b) y_A=1000; y_B=800+0,2x; c) Sus ventas tienen que ascender a 1.000 €. En ese momento, con cualquier alternativa cobrará 1 000 €.

Un triángulo tiene por vértices los puntos A(0, 0), B(8, 2) y C(-1, 2). Calcula el área de este triángulo.
Tomando el lado BC como base, la altura será el eje de ordenadas, por lo que la base mide 9 u y la altura 2 u. Su área será: $A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{9\cdot 2}{2}=9$

46.- La tarifa de los taxis de una ciudad se calcula mediante la fórmula $C(x) = 2 + 1{,}8x$ (C, en €; x, en km). **a)** ¿Cuánto pagaremos por un recorrido de 5 km?; **b)** ¿Cuál es la pendiente de esa función? Explica su significado. **c)** Represéntala gráficamente.

Sol: a) 11€; b) m=1,8; Cada km recorrido aumenta el coste en 1,8 €

47.- Con 5 metros de moldura se quiere construir un marco de forma rectangular y área máxima. ¿Cuáles serán sus dimensiones?

Sol: Cuadrado de 1,25 metros de lado.

48.- De todos los triángulos rectángulos cuya suma de catetos es 10 centímetros, ¿cuál es el de mayor superficie?

Sol: Isósceles de 5 cm de cateto

49.- La ecuación del espacio recorrido por un móvil es $S(t)=5+3t+2t^2$ donde s se expresa en metros y t en segundos. **a)** ¿Qué longitud ha recorrido al cabo de 5 segundos? **b)** ¿Cuál es la longitud recorrida durante el quinto segundo? **c)** ¿Cuánto tiempo ha transcurrido cuando ha recorrido 157 metros desde el inicio?

Sol: a) 17m, b) 38 m; c) 8 seg.

50.- Expresa el área de un triángulo equilátero en función de su lado. ¿De qué tipo de función se trata?

Sol: $A=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot L^2$