

Tema 6. Continuidad. Derivabilidad.

<p>Se dice que una función f(x) es continua en un punto x=a si y sólo si se cumplen estas 3 condiciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> $\exists f(a)$ $\exists \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 	<p>Tipos de discontinuidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Discontinuidad evitable. No existe f(a) ó existe pero no coincide con el límite. (Falla 1 o Falla 3) - Discontinuidad de salto o de 1ª especie. (Falla 2) <ul style="list-style-type: none"> • Salto finito: no coinciden los laterales y son finitos. • salto infinito: algún límite lateral es infinito. - Discontinuidad esencial o de 2ª especie. Cuando no existe algún límite lateral
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Derivabilidad

<p>Definición de derivada.</p> $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$	<p>Condición de derivabilidad: Para que una función sea derivable en un punto x=a tiene que existir el límite de la derivada en dicho punto, es decir, existir el límite por la izquierda y por la dcha.</p> <p>Nota: Toda función derivable es continua</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Función simple		Función compuesta (varias funciones)	
$f(x) = K$	$f'(x) = 0$		
$f(x) = x$	$f'(x) = 1$		
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n x^{n-1}$	$g(x) = (f(x))^n$	$g'(x) = n (f(x))^{n-1} f'(x)$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$g(x) = \sqrt{f(x)}$	$g'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$f(x) = \sqrt[n]{x}$	$f'(x) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$g(x) = \sqrt[n]{f(x)}$	$g'(x) = \frac{f'(x)}{n\sqrt[n]{(f(x))^{n-1}}}$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$g(x) = e^{f(x)}$	$g'(x) = e^{f(x)} f'(x)$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = a^x \ln a$	$g(x) = a^{f(x)}$	$g'(x) = a^{f(x)} \ln a f'(x)$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$	$g(x) = \ln f(x)$	$g'(x) = \frac{1}{f(x)} f'(x)$
$f(x) = \log_a x$	$f'(x) = \frac{1}{x} \log_a e$	$g(x) = \log_a f(x)$	$g'(x) = \frac{1}{f(x)} \log_a e f'(x)$
$f(x) = \sin x$	$f'(x) = \cos x$	$g(x) = \sin f(x)$	$g'(x) = \cos f(x) f'(x)$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) = -\sin x$	$g(x) = \cos f(x)$	$g'(x) = -\sin f(x) \cdot f'(x)$
$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f'(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$g(x) = \operatorname{tg} f(x)$	$g'(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \cdot f'(x)$
$f(x) = \operatorname{arcsen} x$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$g(x) = \operatorname{arcsen} f(x)$	$g'(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$f(x) = \operatorname{arccos} x$	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$g(x) = \operatorname{arccos} f(x)$	$g'(x) = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-(f(x))^2}}$
$f(x) = \operatorname{arctg} x$	$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$g(x) = \operatorname{arctg} f(x)$	$g'(x) = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$

Operaciones con la derivada
<p>DERIVADA DE LA SUMA:</p> $D(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$
<p>PRODUCTO DE UN NÚMERO POR UNA FUNCIÓN:</p> $D(k f(x)) = k \cdot f'(x)$
<p>PRODUCTO DE FUNCIONES:</p> $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
<p>COCIENTE DE FUNCIONES :</p> $D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
<p>REGLA DE LA CADENA (COMPOSICIÓN DE FUNCIONES):</p> $D(g(f(x))) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$