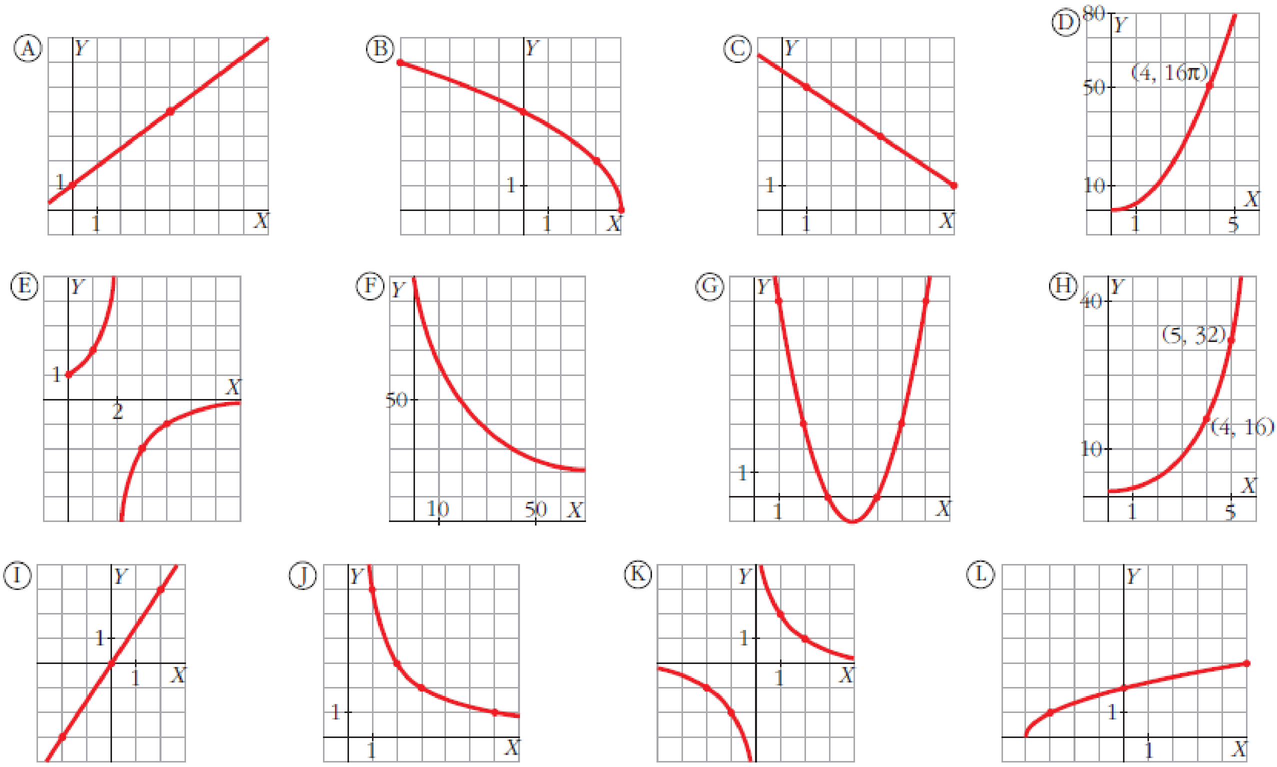
EJERCICIOS DE REPASO PARA EL EXAMEN

B3.C1.1. Representa funciones elementales y estudia sus propiedades locales y globales
B3.C1.2. Conoce las operaciones con funciones y las aplica en el cálculo de dominios
B3.C1.3. Realiza composiciones de funciones y cálculo de funciones inversas
B3.C1.4. Estudia y analiza funciones en contextos reales
B3.C2.1. Límites

B3.C1.1. Representa funciones elementales y estudia sus propiedades locales y globales

- Repasar la representación gráfica de funciones elementales mediante una tabla dando valores a la x
- Repasar las parábolas $y=ax^2+bx+c$, para el cálculo del vértice y los puntos de corte.
- Repasar representación de funciones elementales con pequeñas variantes (Ej: $y=1/(x+3)$)

Asocia a cada una de las siguientes gráficas una ecuación de las de abajo:



LINEALES	CUADRÁTICAS	DE PROPORCIONALIDAD INVERSA
L_1: $y=\frac{3}{2}x$	C_1: $y=x^2-8x+15$	$P.I._1$: $y=\frac{1}{x}$
L_2: $y=-\frac{2}{3}(x-1)+5$	C_2: $y=(x+3)(x+5)$	$P.I._2$: $y=\frac{2}{2-x}$
L_3: $3x+2y=0$	C_3: $y=x^2,\ x>0$	$P.I._3$: $y=\frac{2}{x}$
L_4: $y=\frac{3}{4}x+1$	C_4: $y=\pi x^2,\ x>0$	$P.I._4$: $y=\frac{6}{x},\ x>0$

RADICALES	R_1: $y=\sqrt{2x+4}$	R_2: $y=\sqrt{x+4}$	R_3: $y=2\sqrt{4-x}$
EXPONENCIALES	E_1: $y=2^x$	E_2: $y=0{,}5^x$	E_3: $y=20+80\cdot 0{,}95^x$

Representa las siguientes funciones:

a) $y = \frac{1}{x+1}$ b) $y = \frac{1}{x-1}$ c) $y = \frac{-1}{x}$ d) $y = \frac{-1}{x-3}$

B3.C1.2. Conoce las operaciones con funciones y las aplica en el cálculo de dominios

- Repasar los dominios vistos en clase, en particular,
  a) Dominio de f(x)= $\frac{1}{x} + \sqrt{x+1}$ Solución: Cómo es la suma de 2 funciones hay que hacer la intersección de los dos dominios. R-{0} ∩ [-1,+∞) = [-1,0) u (0,+∞)
  b) Dominio de f(x)=$\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2-5x+6}}$ (Solución: Hay que resolver la inecuación $\frac{x^2-1}{x^2-5x+6} \geq 0$)

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \sqrt{x^2+1}$ b) $y = \sqrt{x-1}$ c) $y = \sqrt{1-x}$

d) $y = \sqrt{4-x^2}$ e) $y = \sqrt{x^2-4}$ f) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

g) $y = x^3 - 2x + 3$ h) $y = \frac{1}{x}$ i) $y = \frac{1}{x^2}$

j) $y = \frac{1}{x^2-4}$ k) El área de un cuadrado de lado variable, l, es $A = l^2$.

Halla el dominio de definición de estas funciones:

a) $y = \sqrt{x^2-9}$ b) $y = \sqrt{x^2+3x+4}$

c) $y = \sqrt{12x-2x^2}$ d) $y = \sqrt{x^2-4x-5}$

e) $y = \frac{1}{\sqrt{4-x}}$ f) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-3x}}$

B3.C1.3. Realiza composiciones de funciones y cálculo de funciones inversas

Si $f(x) = x^2 - 5x + 3$ y $g(x) = x^2$, obtén las expresiones de $f[g(x)]$ y $g[f(x)]$. Halla $f[g(4)]$ y $g[f(4)]$.

$f[g(x)] = f[x^2] = x^4 - 5x^2 + 3$

$g[f(x)] = g[x^2 - 5x + 3] = (x^2 - 5x + 3)^2$

$f[g(4)] = 179$; $g[f(4)] = 1$

Si $f(x) = sen\ x$, $g(x) = x^2 + 5$, halla $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ y $g \circ g$. Halla el valor de estas funciones en $x = 0$ y $x = 2$.

$f \circ g(x) = sen(x^2 + 5)$; $f \circ g(0) = -0{,}96$; $f \circ g(2) = 0{,}41$

$g \circ f(x) = sen^2\ x + 5$; $g \circ f(0) = 5$; $g \circ f(2) = 5{,}83$

$f \circ f(x) = sen(sen\ x)$; $f \circ f(0) = 0$; $f \circ f(2) = 0{,}79$

$g \circ g(x) = (x^2 + 5)^2 + 5$; $g \circ g(0) = 30$; $g \circ g(2) = 86$

Si $f(x) = x + 1$ y $g(x) = x - 1$, comprueba que $f[g(x)] = x$. ¿Son $f(x)$ y $g(x)$ funciones inversas?

$f[g(x)] = f(x-1) = (x-1) + 1 = x$

Son funciones inversas.

Halla la función inversa de estas funciones:

a) $y = 3x$

b) $y = x + 7$

c) $y = 3x - 2$

- Calcular el recorrido de una función sabiendo que el recorrido es el dominio de su función inversa.

B3.C1.4. Estudia y analiza funciones en contextos reales

- Repasa los problemas vistos en clase.
- Más ejemplos de problemas…

Midiendo la temperatura a diferentes alturas, se ha observado que por cada 180 m de ascenso el termómetro baja 1 °C. Si en la base de una montaña de 800 m estamos a 10 °C, ¿cuál será la temperatura en la cima? Representa gráficamente la función *altura-temperatura* y busca su expresión analítica.

Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde lo alto de un edificio. La altura que alcanza viene dada por la fórmula $h = 80 + 64t - 16t^2$ (t en segundos y h en metros).

a) Dibuja la gráfica en el intervalo [0, 5].

b) Halla la altura del edificio.

c) ¿En qué instante alcanza su máxima altura?

El coste de producción de x unidades de un producto es igual a $(1/4)x^2 + 35x + 25$ euros y el precio de venta de una unidad es $50 - (x/4)$ euros.

a) Escribe la función que nos da el beneficio total si se venden las x unidades producidas, y represéntala.

b) Halla el número de unidades que deben venderse para que el beneficio sea máximo.

☛ *Los ingresos por la venta de x unidades son $x(50 - (x/4))$ euros.*

Un fabricante vende mensualmente 100 electrodomésticos a 400 euros cada uno y sabe que por cada 10 euros de subida venderá 2 electrodomésticos menos.

a) ¿Cuáles serán los ingresos si sube los precios 50 euros?

b) Escribe la función que relaciona la subida de precio con los ingresos mensuales.

c) ¿Cuál debe ser la subida para que los ingresos sean máximos?

39 En una empresa se hacen montajes en cadena. El número de montajes realizados por un trabajador sin experiencia depende de los días de entrenamiento según la función $M(t) = \frac{30t}{t+4}$ (t en días).

a) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Y el décimo?

b) Representa la función sabiendo que el periodo de entrenamiento es de un mes.

c) ¿Qué ocurriría con el número de montajes si el entrenamiento fuera mucho más largo?

40 El número de peces de una piscifactoría evoluciona según la función $f(t) = 50 + \frac{100t^2}{t^2+1}$ (t en días).

a) Comprueba que la población aumenta la primera semana.

b) Averigua si el crecimiento será indefinido o tiende a estabilizarse.

B3.C1.4. Límites de funciones. Asíntotas

Repasar los ejercicios de límites y asíntotas realizados en clase

Además para practicar podéis hacer los siguientes ejercicios:

11 Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \le 3 \\ \frac{x^2-9}{x^2-3x} & \text{si } x > 3 \end{cases}$ calcula:

a) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ b) $\lim\limits_{x \to 3} f(x)$ c) $\lim\limits_{x \to 5} f(x)$

19 Calcula estos límites y representa las ramas que obtengas:

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{3}{(x-1)^2}$ b) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-2x^2}{3-x}$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-1}{x^2-1}$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{(2-x)^3}$

21 Calcula el límite cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$ y representa los resultados.

a) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ b) $f(x) = \frac{3x^2}{(x-1)^2}$ c) $f(x) = \frac{1}{x^2-10}$ d) $f(x) = \frac{1-12x^2}{3x^2}$

13 Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4x}{x^2-2x}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2x^2+3x}{x}$ c) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$ d) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3+1}{x^2+x}$

e) $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x+2}{x^2-4}$ f) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-x-2}{x-2}$ g) $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x+3}{x^2+4x+3}$ h) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^4-1}{x^2-1}$

15 Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2-x-6}{x^2-3x}$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-3x+2}{x^2-2x+1}$ c) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2-2x}{x^3+x^2}$