

Resumen de lo explicado en clase:

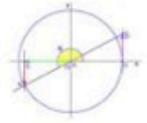
Tema 4

1. Razones Trigonómicas

- Definición de $\text{sen}(a)$, $\text{cos}(a)$, $\text{tg}(a)$
- Teorema Fundamental ($\text{sen}^2(a) + \text{cos}^2(a) = 1$) y $1 + \text{tag}^2(a) = 1/\text{cos}^2(a)$

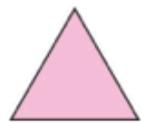
2. Circunferencia Goniométrica (radio 1)

Relacionar razones trigonométricas de distintos ángulos...



3. Resolución de Triángulos

- Razones Trigonómicas - T. Pitágoras
- Método de igualación de tangentes
- Teorema del Seno
- Teorema del Coseno



Tema 5

1. El radián, como nueva unidad de medida

2. Representación de Funciones Trigonómicas

3. Fórmulas Trigonómicas

4. Ecuaciones Trigonómicas

Fórmulas Trigonómicas

Razones Trigonómicas del ángulo suma a+b

$$\text{sen}(a+b) = \text{sen}(a) \cdot \text{cos}(b) + \text{cos}(a) \cdot \text{sen}(b)$$

$$\text{cos}(a+b) = \text{cos}(a) \cdot \text{cos}(b) - \text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b)$$

$$\text{tag}(a+b) = \frac{\text{tag}(a) + \text{tag}(b)}{1 - \text{tag}(a)\text{tag}(b)}$$

Razones Trigonómicas del ángulo diferencia a-b

$$\text{sen}(a-b) = \text{sen}(a) \cdot \text{cos}(b) - \text{cos}(a) \cdot \text{sen}(b)$$

$$\text{cos}(a-b) = \text{cos}(a) \cdot \text{cos}(b) + \text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b)$$

$$\text{tag}(a-b) = \frac{\text{tag}(a) - \text{tag}(b)}{1 + \text{tag}(a)\text{tag}(b)}$$

Sumas y diferencias de senos y cosenos

$$\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{sen} \frac{A+B}{2} \text{cos} \frac{A-B}{2}$$

$$\text{sen } A - \text{sen } B = 2 \text{cos} \frac{A+B}{2} \text{sen} \frac{A-B}{2}$$

$$\text{cos } A + \text{cos } B = 2 \text{cos} \frac{A+B}{2} \text{cos} \frac{A-B}{2}$$

$$\text{cos } A - \text{cos } B = -2 \text{sen} \frac{A+B}{2} \text{sen} \frac{A-B}{2}$$

Razones Trigonómicas del ángulo doble

$$\text{sen}(2a) = 2 \cdot \text{sen}(a) \cdot \text{cos}(a)$$

$$\text{cos}(2a) = \text{cos}^2(a) - \text{sen}^2(a)$$

$$\text{tag}(2a) = \frac{2\text{tg}(a)}{1 + \text{tg}^2(a)}$$

Razones Trigonómicas del ángulo mitad

$$\text{sen} \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{cos } A}{2}}$$

$$\text{cos} \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{cos } A}{2}}$$

$$\text{tg} \frac{A}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{cos } A}{1 + \text{cos } A}}$$

Ejercicios resueltos de repaso para el Examen

B1.C3.2. Demuestra teoremas identificando los elementos del proceso

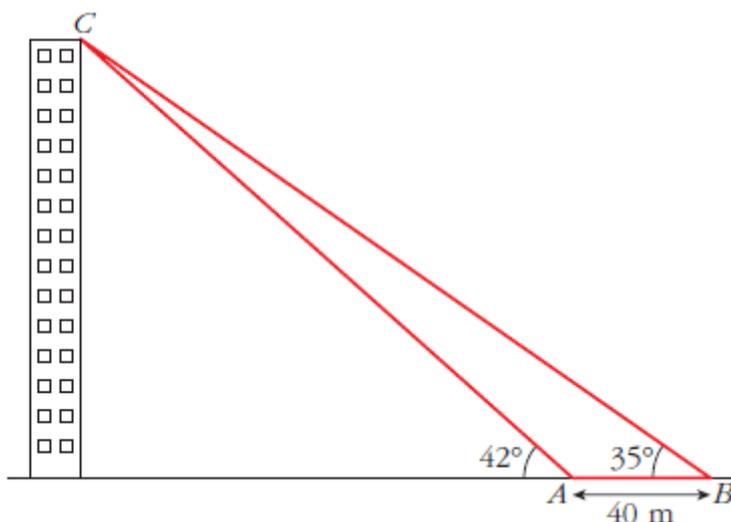
Estudiar Teorema del seno, Teorema del coseno y demostración de la fórmula del seno de una suma

B4.C2.2. Resuelve problemas geométricos utilizando trigonometría

Problemas

1 Estamos en A , medimos el ángulo bajo el que se ve el edificio (42°), nos alejamos 40 m y volvemos a medir el ángulo (35°). ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia nos encontramos de él?

Observa la ilustración:



Soluciones: $h=125,97$ m y $d=139,90$ m

2 Calcula los restantes datos de los siguientes triángulos:

a) $a = 12$ cm; $b = 16$ cm; $c = 10$ cm

b) $b = 22$ cm; $a = 7$ cm; $\hat{C} = 40^\circ$

c) $a = 8$ m; $b = 6$ m; $c = 5$ m

d) $b = 4$ cm; $c = 3$ cm; $\hat{A} = 105^\circ$

e) $a = 4$ m; $\hat{B} = 45^\circ$ y $\hat{C} = 60^\circ$

f) $b = 5$ m; $\hat{A} = \hat{C} = 35^\circ$

3 Halla los ángulos del triángulo ABC en el que $a = 11$ m, $b = 28$ m, $c = 35$ m.

4 Desde la puerta de mi casa, A , veo el cine, C , que está a 120 m, y el kiosco, K , que está a 85 m, bajo un ángulo $\widehat{CAK} = 40^\circ$. ¿Qué distancia hay entre el cine y el kiosco?

Solución: $a=77,44$ m (distancia cine al kiosco)

5 Un avión vuela entre dos ciudades, A y B , que distan 80 km. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29° y 43° con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?

Solución: 27,8 km

6 Para localizar una emisora clandestina, dos receptores, A y B , que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de 40° y 65° . ¿A qué distancia de A y B se encuentra la emisora?

Soluciones: $a= 6,65$ km y $b=9,38$ km

B4.C1.1. Conoce las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera, del ángulo doble, del ángulo mitad, de la suma y de la diferencia de otros dos

Mirar las demostraciones expuestas en clase. Además podéis hacer las siguientes demostraciones para repasar:

7	Demuestra que: $\frac{2 \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} 2\alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha} = \frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{cos} \alpha}$
8	Demuestra que $2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} + \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha$.
9	Demuestra que $\frac{2 \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} 2\alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$.
10	Demuestra que: $\frac{\operatorname{sen} (\alpha + \beta)}{\operatorname{sen} (\alpha - \beta)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}$
11	Prueba que $2 \operatorname{tg} x \operatorname{cos}^2 \frac{x}{2} - \operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$.

B4.C2.1. Resuelve ecuaciones e identidades trigonométricas

Repasa las ecuaciones resueltas en clase. Además puedes hacer las siguientes:

Resuelve estas ecuaciones:

a) $2 \operatorname{cos}^2 x + \operatorname{cos} x - 1 = 0$

b) $2 \operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$

c) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$

d) $2 \operatorname{sen}^2 x + 3 \operatorname{cos} x = 3$