Temas 10,11 y12 Lugares Geométricos. Polígonos. Cuerpos Geométricos.

Estándares del tema

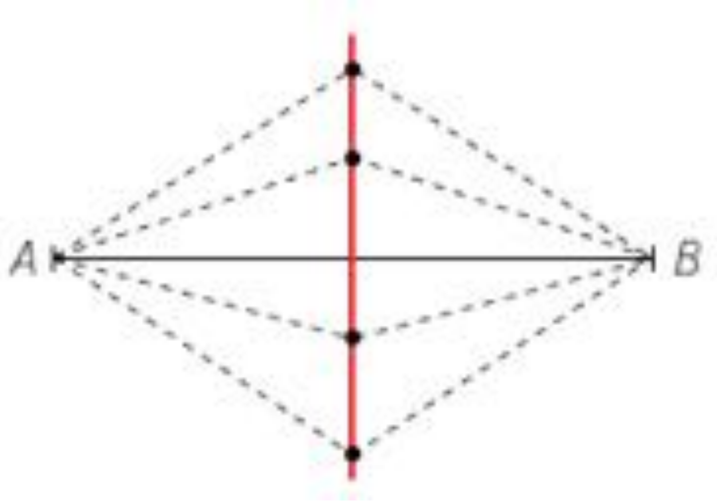
B3.C1.1. Mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo. Resolución de problemas.
B3.C1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos.
B3.C2.1. Perímetros y áreas de polígonos y de figuras circulares.
B3.C2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.
B3.C2.3. Triángulos semejantes. Utiliza el teorema de Tales.
B3.C3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc
B3.C5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución.
B3.C5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas.

1. LUGARES GEOMÉTRICOS

Se llama **lugar geométrico** al conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada propiedad geométrica.

1 Determina el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a los extremos de un segmento es la misma.

MEDIATRIZ

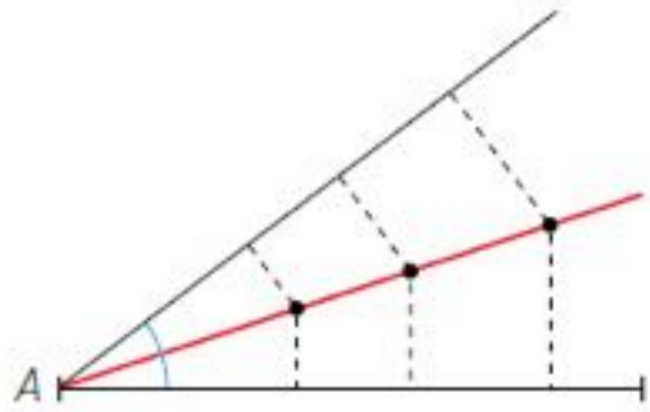


1. LUGARES GEOMÉTRICOS

Se llama **lugar geométrico** al conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada propiedad geométrica.

2 Calcula el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a los lados de un ángulo es la misma.

BISECTRIZ

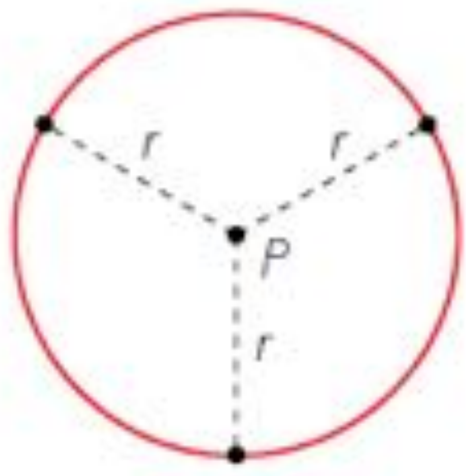


1. LUGARES GEOMÉTRICOS

Se llama **lugar geométrico** al conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada propiedad geométrica.

3 Halla el lugar geométrico de todos los puntos cuya distancia a un punto *P* es *r*.

CIRCUNFERENCIA



1. LUGARES GEOMÉTRICOS

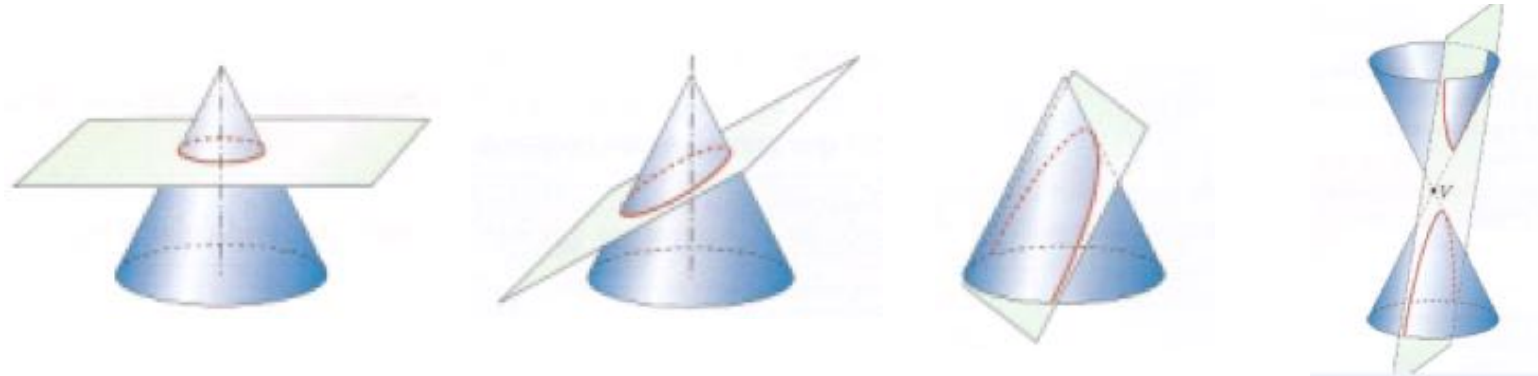
PAG. 191

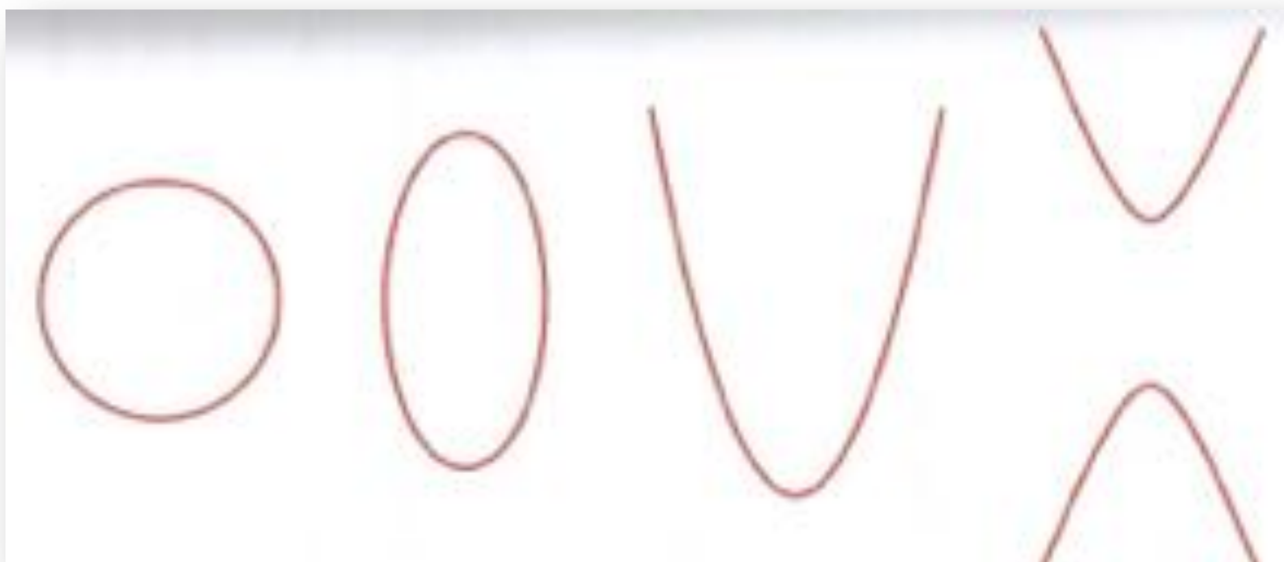
1. Define como lugar geométrico una circunferencia de centro *C* y radio 8 cm.

2. Dadas dos rectas paralelas, *r* y *s*, ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de ambas? Dibújalo en tu cuaderno.

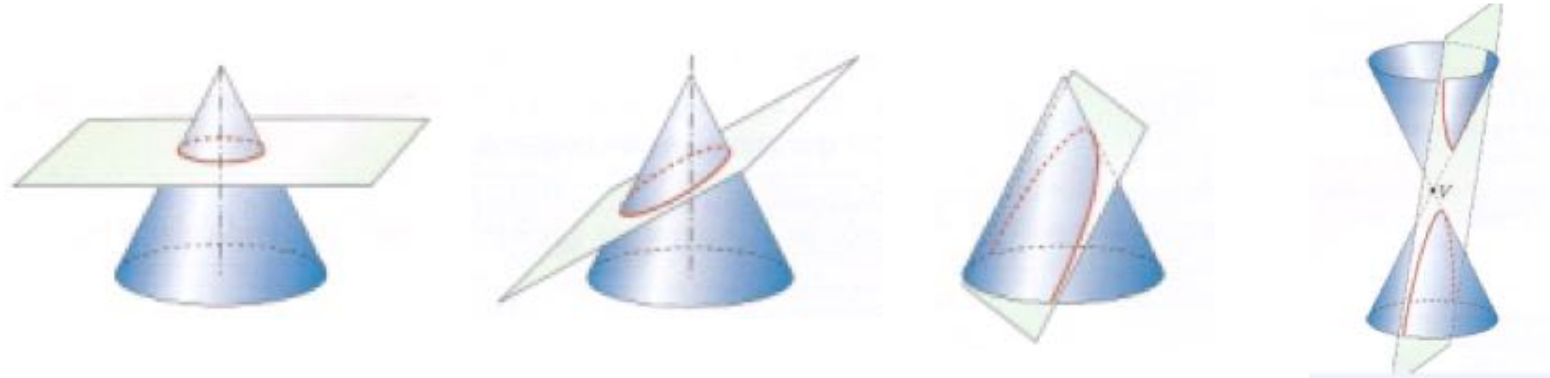
3. Dibuja en negro una recta *r*. Dibuja en rojo el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a *r* es 1 cm. (ATENCIÓN: son dos rectas).

1. LUGARES GEOMÉTRICOS - CÓNICAS





1. LUGARES GEOMÉTRICOS - CÓNICAS



- ❑ Circunferencia -> Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de uno dado llamado centro.
- ❑ Elipse → Lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancia a dos puntos fijos llamados focos es constante.
- ❑ Parábola → Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de uno fijo (foco) y de una recta (directriz).
- ❑ Hipérbola → Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancia a dos puntos fijos llamados focos es constante.

2. RELACIONES ANGULARES

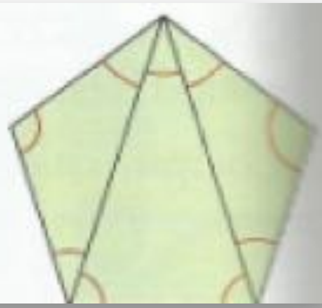
Ángulos en los polígonos

La suma de los ángulos de un polígono de n lados es $180° (n - 2)$.

Por ejemplo, un pentágono se puede partir en 3 triángulos.
La suma de sus ángulos es, pues, $3 \cdot 180° = 540°$.

Si el pentágono es regular, cada ángulo mide:

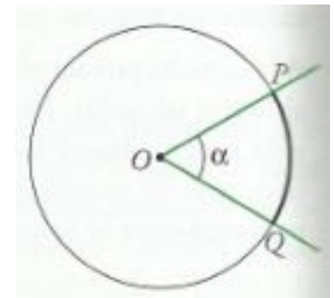
$$540° : 5 = 108°$$



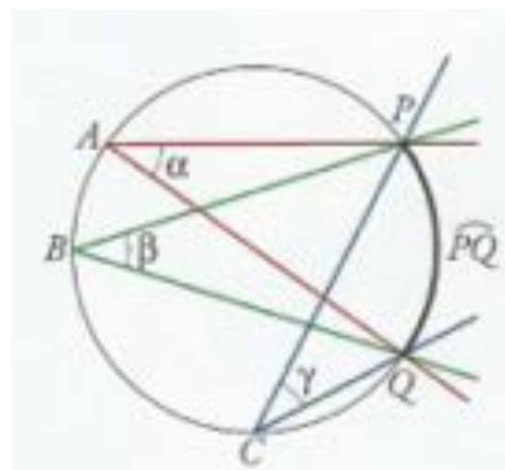
2. RELACIONES ANGULARES

Ángulos en la circunferencia

Ángulo Central. Es un ángulo cuyo vértice está en el centro de la circunferencia.



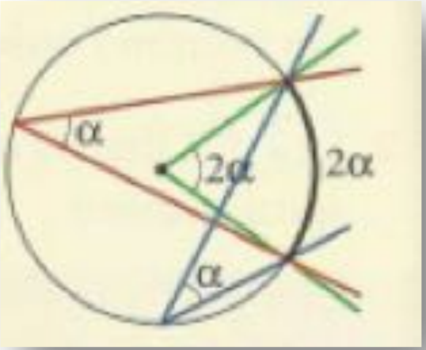
Ángulo Inscrito. Es un ángulo cuyo vértice está en la propia circunferencia.



2. RELACIONES ANGULARES

Ángulos en la circunferencia

Propiedad. Un ángulo inscrito mide la mitad que el ángulo central que determina.



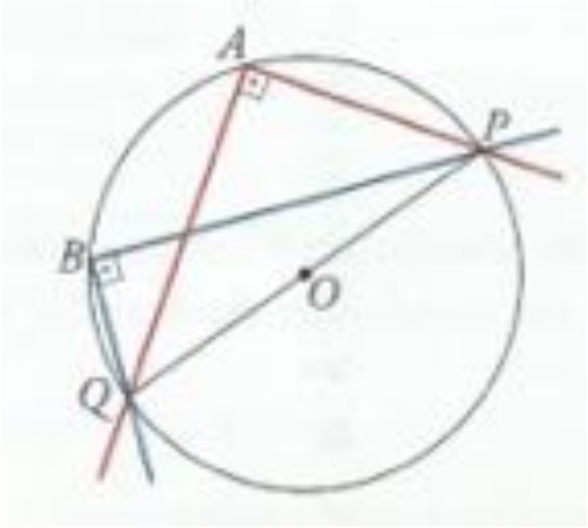
Los puntos A,B,C,D,E determinan 5 ángulos centrales iguales que miden 360º:5 = 72º

El ángulo DAB es la mitad que el D0B que es 2 veces 72º = 144º → Luego DAB mide 72º
El ángulo BCD es la mitad del ángulo B0D que es 3 veces 72º → Luego BCD mide 216/3=108
El ángulo DCE y el BEC miden la mitad de 72.

2. RELACIONES ANGULARES

Un interesante caso particular

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.

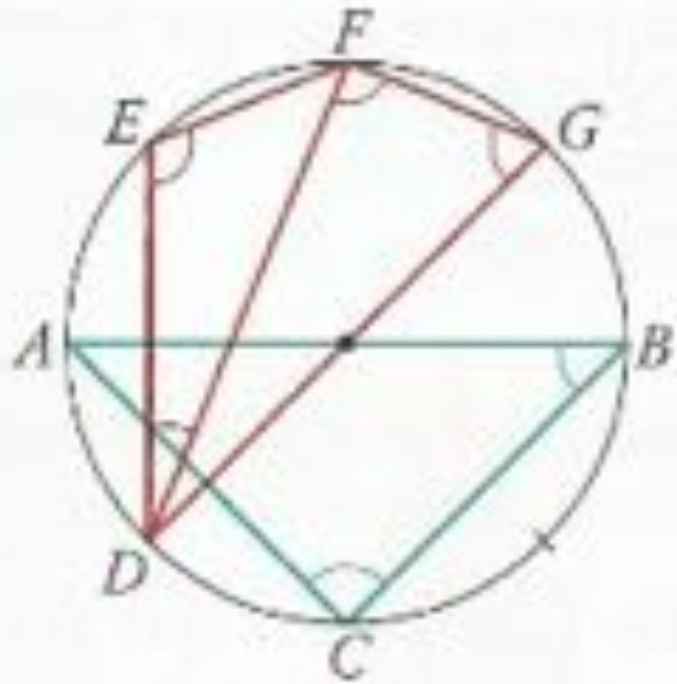


El ángulo QAP mide la mitad que el ángulo P0Q que mide 180º, luego QAP mide 90º

2. RELACIONES ANGULARES

Pag. 185

1. ¿Cuál es la medida angular de cada uno de los ocho arcos iguales en que se ha dividido la circunferencia? Di el valor de los ángulos $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$, $\widehat{FDE}$, $\widehat{DEF}$, $\widehat{DFG}$, $\widehat{FGD}$.



2. RELACIONES ANGULARES

- Dos ángulos se llaman **complementarios** cuando su suma es un ángulo recto, 90º.

- Dos ángulos se llaman **suplementarios** cuando su suma es un ángulo llano, 180º.

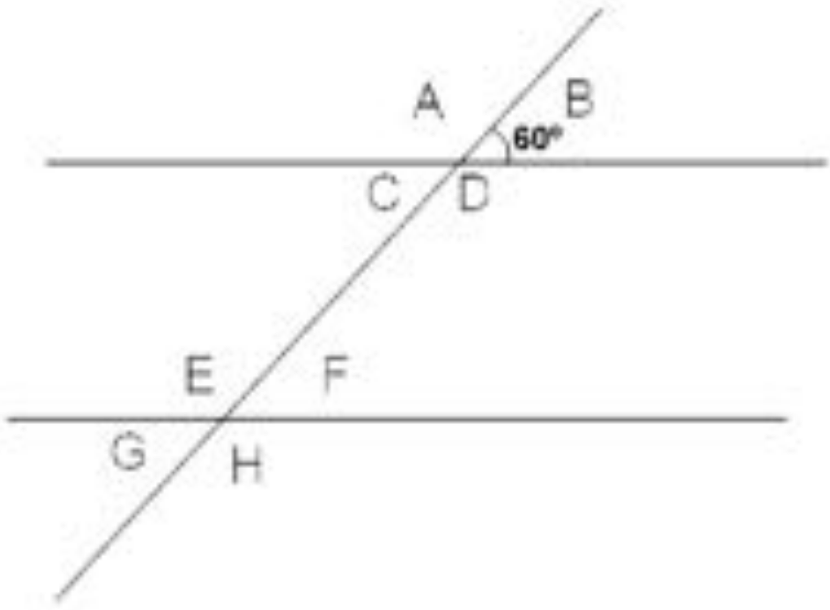
- Dos ángulos se llaman **consecutivos** cuando tienen el mismo vértice y un lado común.

- Dos ángulos se llaman **adyacentes** cuando son consecutivos y suplementarios.

- Dos ángulos son **opuestos por el vértice** cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los del otro. Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales.

2. RELACIONES ANGULARES

Al cortar dos rectas paralelas por una secante, se forman ocho ángulos, algunos de los cuales son iguales entre sí por tener sus lados paralelos. ¿Cuáles piensas que son iguales?

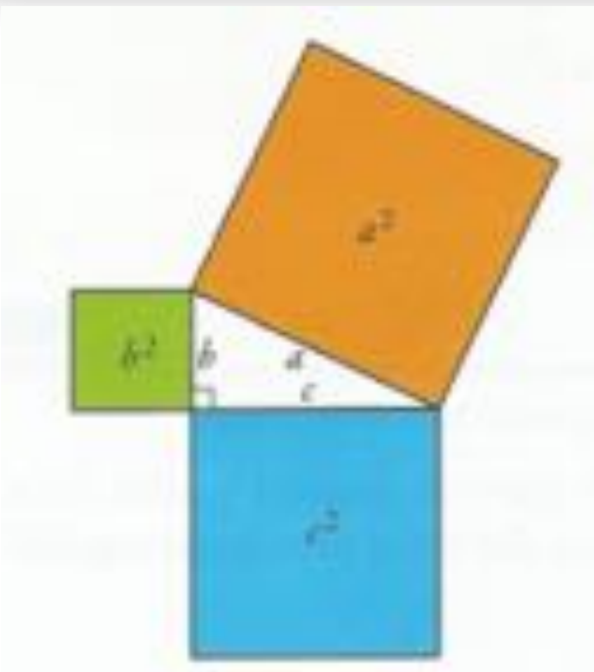


3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Teorema de Pitágoras

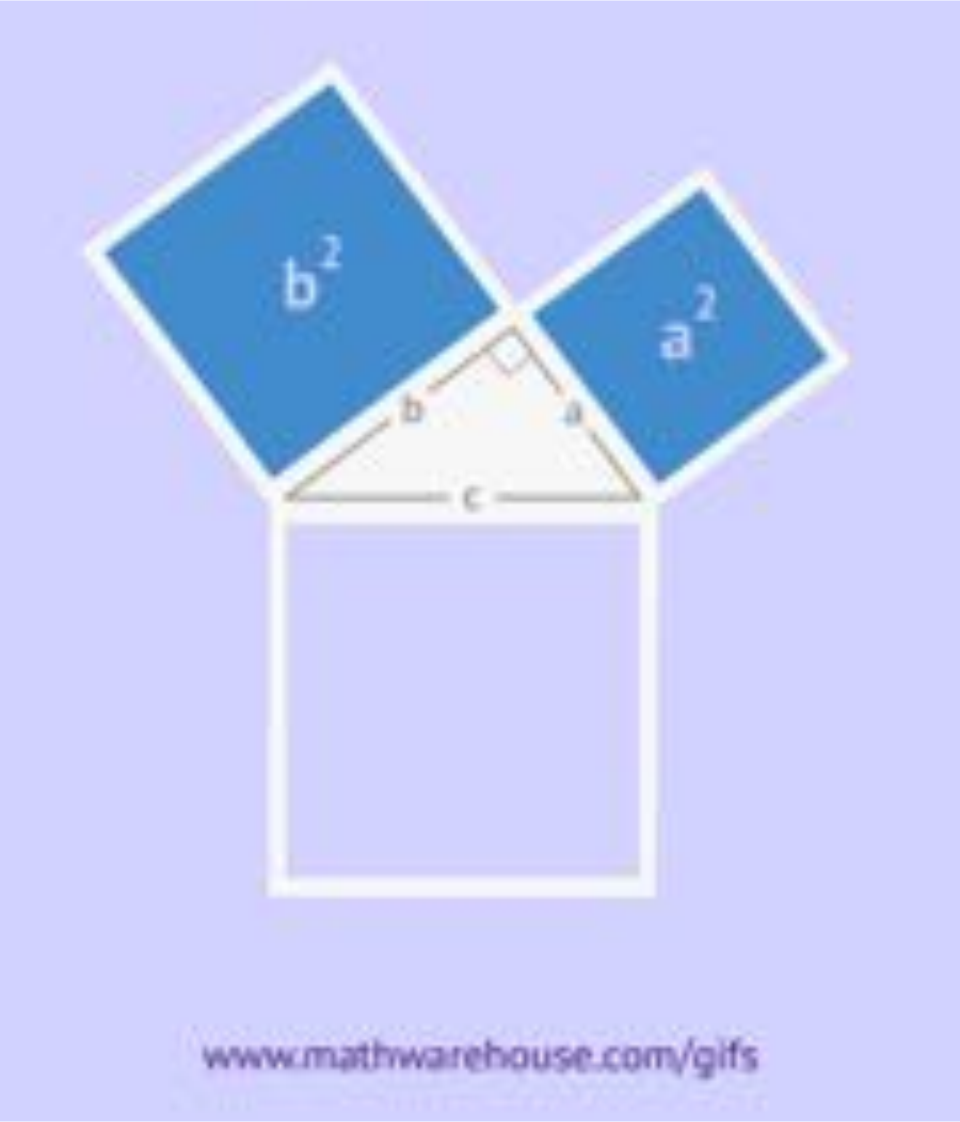
En un triángulo rectángulo cualquiera, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

$$b^2 + c^2 = a^2$$



https://www.youtube.com/watch?v=1er3cHAWwIM
Carpeta 04_Pitagoras_Thales

3. TEOREMA DE PITÁGORAS



3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Cálculo del lado desconocido en un triángulo rectángulo

Aunque el teorema de Pitágoras es una igualdad entre áreas, se utiliza sobre todo para relacionar los lados de un triángulo rectángulo:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2} \qquad b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Cómo saber si un triángulo es rectángulo

a, b, c son los lados de un triángulo, y a es el mayor.

— Si $b^2 + c^2 = a^2$, el triángulo es rectángulo.

— Si $b^2 + c^2 < a^2$, el triángulo es obtusángulo.

— Si $b^2 + c^2 > a^2$, el triángulo es acutángulo.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Queremos encargar una barandilla de hierro para una escalaera de 3 peldaños de 40cm de largo y 20cm de alto. Cuánto medirá de arriba a abajo, siendo esta la medida que necesita el herrero.

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

¿Cuánto mide de ancho el campo de futbol?

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

Pag. 188

1. En los siguientes triángulos rectángulos, se dan dos catetos y se pide la hipotenusa (si su medida no es exacta, dala con una cifra decimal):

a) 37 cm y 45 cm b) 16 cm y 30 cm

2. En los siguientes triángulos rectángulos, se da la hipotenusa y un cateto, y se pide el otro cateto (exactamente o con una cifra decimal):

a) 45 cm y 37 cm b) 39 cm y 15 cm

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

3. Averigua cómo son los triángulos de lados:

a) 7 cm, 8 cm, 11 cm

b) 11 cm, 17 cm, 15 cm

c) 34 m, 16 m, 30 m

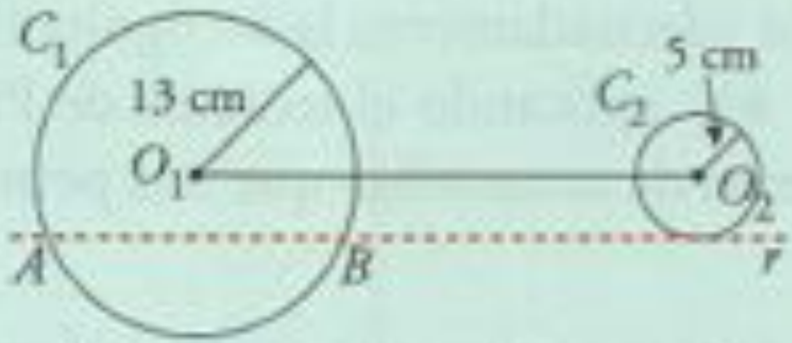
d) 65 m, 72 m, 97 m

d) 12 cm, 13 cm, 20 cm

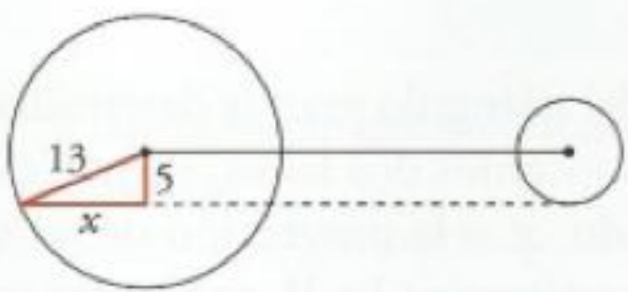
f) 15 m, 36 m, 39 m

3. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

1. *Hallar* $\overline{AB}$ *dados los siguientes datos:*



$r \parallel O_1O_2$; r *tangente a* C_2.

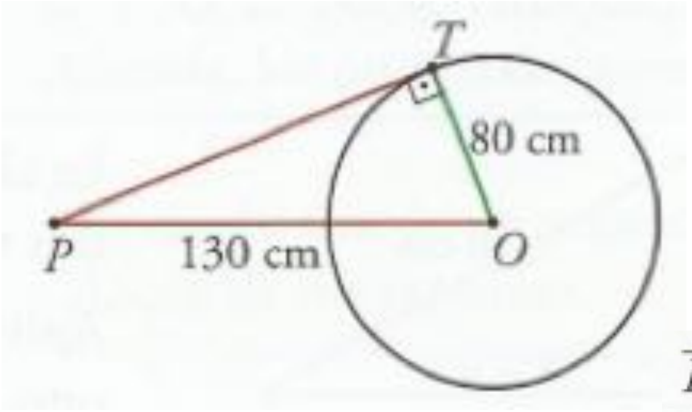


$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$\overline{AB} = 2 \cdot x = 24 \text{ cm}$$

3. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

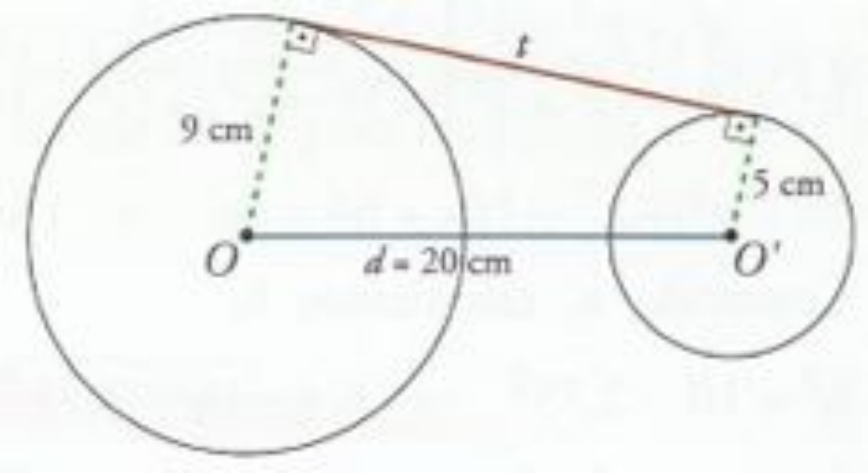
2. *Una circunferencia de centro O tiene un radio de 80 cm. Desde un punto P que dista 130 cm de O trazamos una tangente. ¿Cuál es la longitud del segmento tangente, PT?*

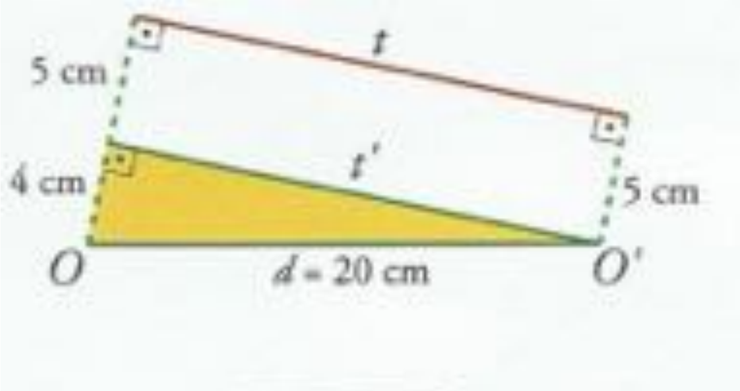


$$\overline{PT} = \sqrt{130^2 - 80^2} = \sqrt{10\,500} = 102{,}47 \text{ cm}$$

3. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

3. *Dos circunferencias de centros O y O' y radios 9 cm y 5 cm tienen sus centros a 20 cm. Hallar la longitud del segmento tangente exterior común.*

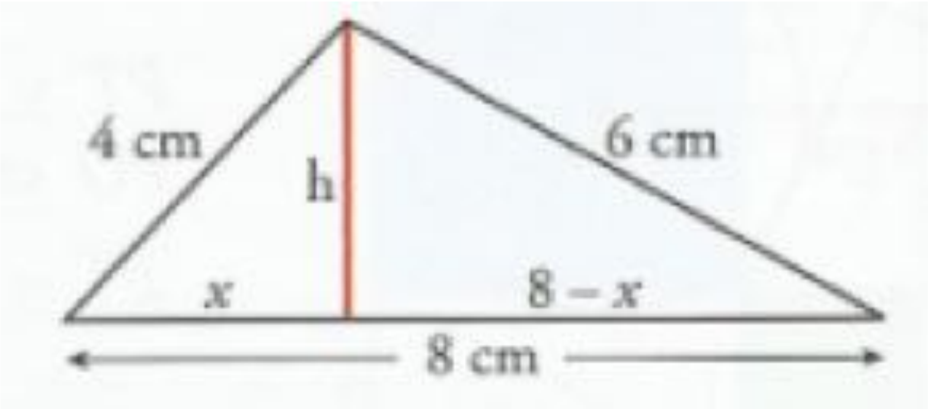




$$t' = \sqrt{20^2 - 4^2} = 19{,}6 \text{ cm}$$

3. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

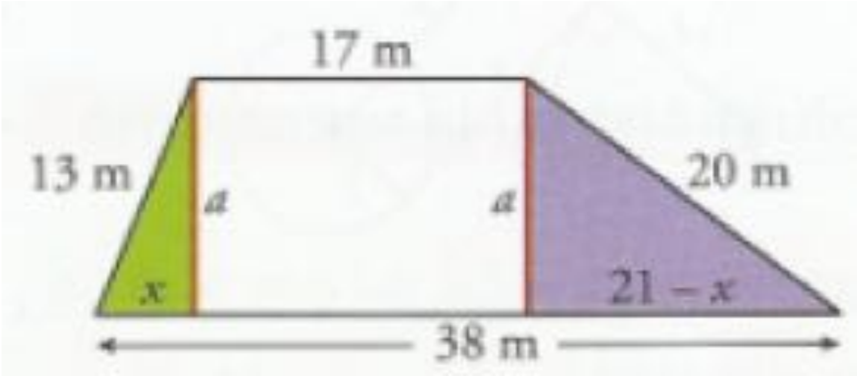
1. *En un triángulo de lados 4 cm, 6 cm y 8 cm, calcular la altura sobre el lado mayor.*



$$\left.\begin{aligned} x^2 + h^2 &= 4^2 \\ h^2 + (8 - x)^2 &= 6^2 \end{aligned}\right\}$$

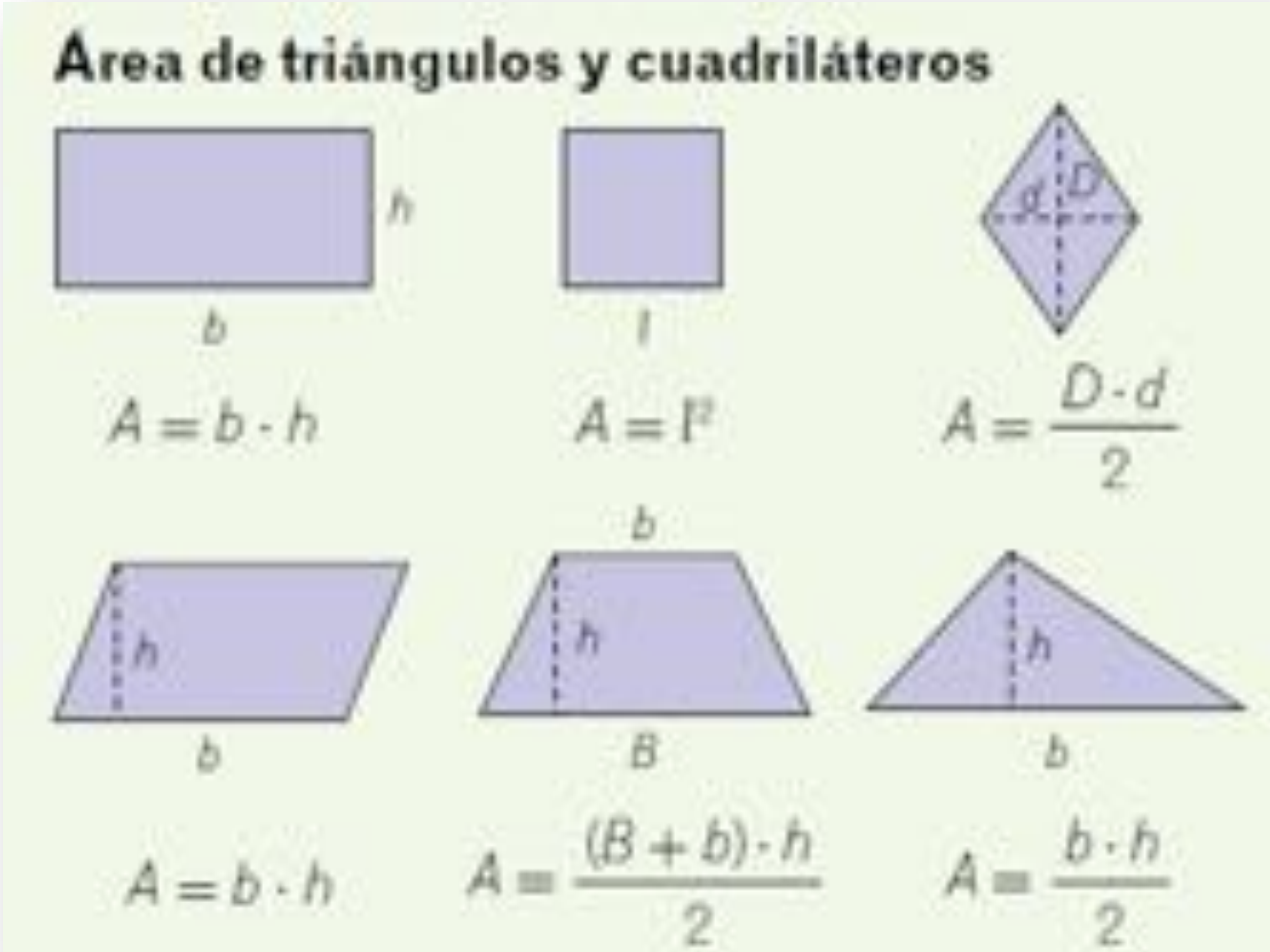
3. APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

2. *Los lados paralelos de un trapecio miden 17 m y 38 m. Los otros dos, 13 m y 20 m. Hallar su altura.*



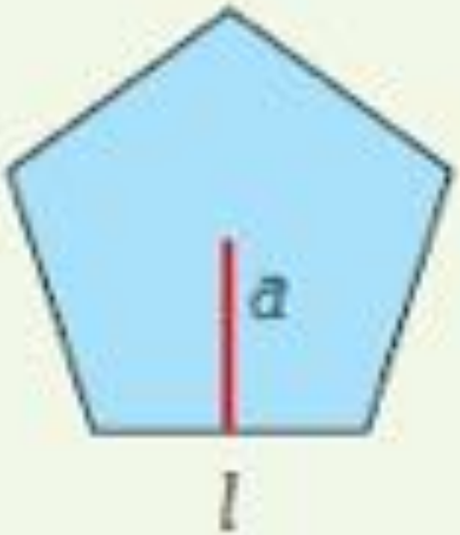
$$\left.\begin{array}{r} x^2 + a^2 = 13^2 \\ (21 - x)^2 + a^2 = 20^2 \end{array}\right]$$

4. CÁLCULO DE PERÍMETROS Y ÁREAS



4. CÁLCULO DE ÁREAS

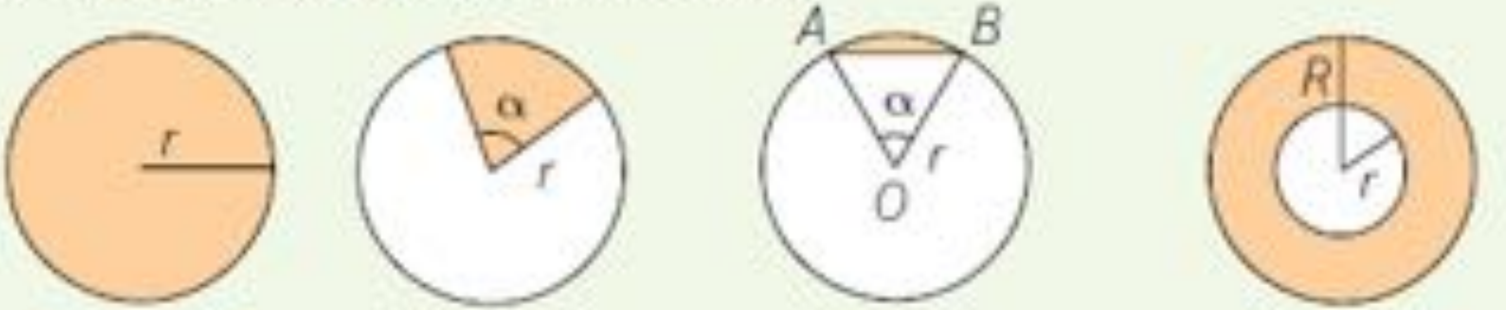
Área de un polígono regular



$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

4. CÁLCULO DE ÁREAS

Área de figuras circulares



$A = \pi r^2$ $\qquad$ $A = \dfrac{\pi r^2 \alpha}{360}$ $\qquad$ $A = A_S - A_{OAB}$ $\qquad$ $A = \pi(R^2 - r^2)$

4. CÁLCULO DE ÁREAS. FÓRMULA DE HERÓN

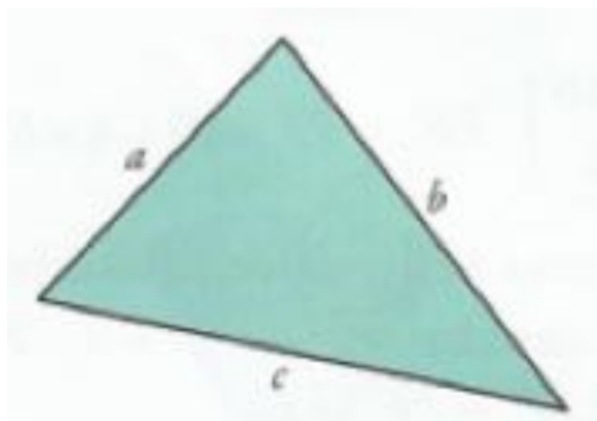
Área de un triángulo en función de sus lados

La fórmula siguiente es muy útil, pues para aplicarla basta con conocer la longitud de los lados del triángulo.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Perímetro:} & p = a + b + c \\ \text{Semiperímetro:} & s = \dfrac{p}{2}\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

Se llama FÓRMULA DE HERÓN.

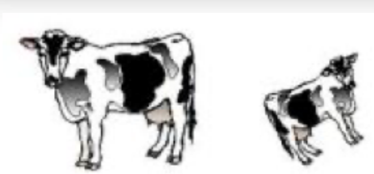


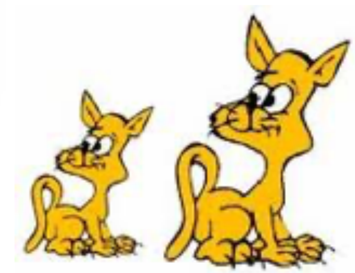
5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Dos figuras semejantes tienen la *misma forma*. ¿Cómo se manifiesta matemáticamente esta apariencia?

— Los ángulos correspondientes en figuras semejantes son iguales.

— Las longitudes de los segmentos correspondientes en figuras semejantes son proporcionales. La razón de proporcionalidad se llama **razón de semejanza.**





5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Los planos son un ejemplo de figuras semejantes

5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Escala es el cociente entre cada longitud de la reproducción (mapa, plano, maqueta) y la correspondiente longitud en la realidad. Es, por tanto, la **razón de semejanza** entre la reproducción y la realidad.

Una escala 1:200 significa, como ya sabes, que 1 cm del plano corresponde a 200 cm = 2 m de la realidad.

5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

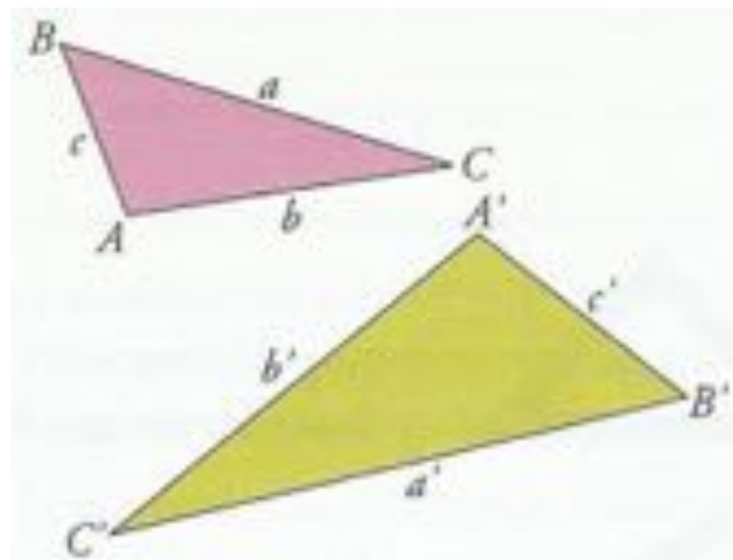
Dos **triángulos semejantes** tienen:

- Sus lados proporcionales:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \text{razón de semejanza}$$

- Sus ángulos respetivamente iguales:

$$\hat{A} = \hat{A}' \qquad \hat{B} = \hat{B}' \qquad \hat{C} = \hat{C}'$$



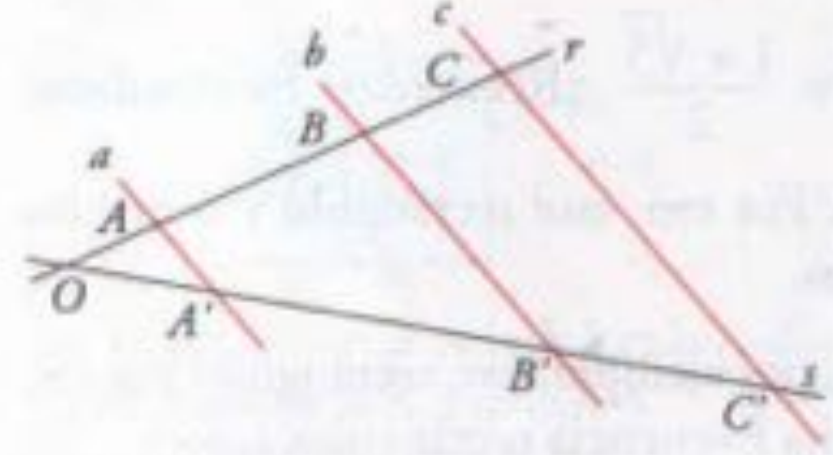
5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Teorema de Thales

Si las rectas *a*, *b* y *c* son paralelas y cortan a otras dos rectas *r* y *s*, entonces los segmentos que determinan en ellas son proporcionales.

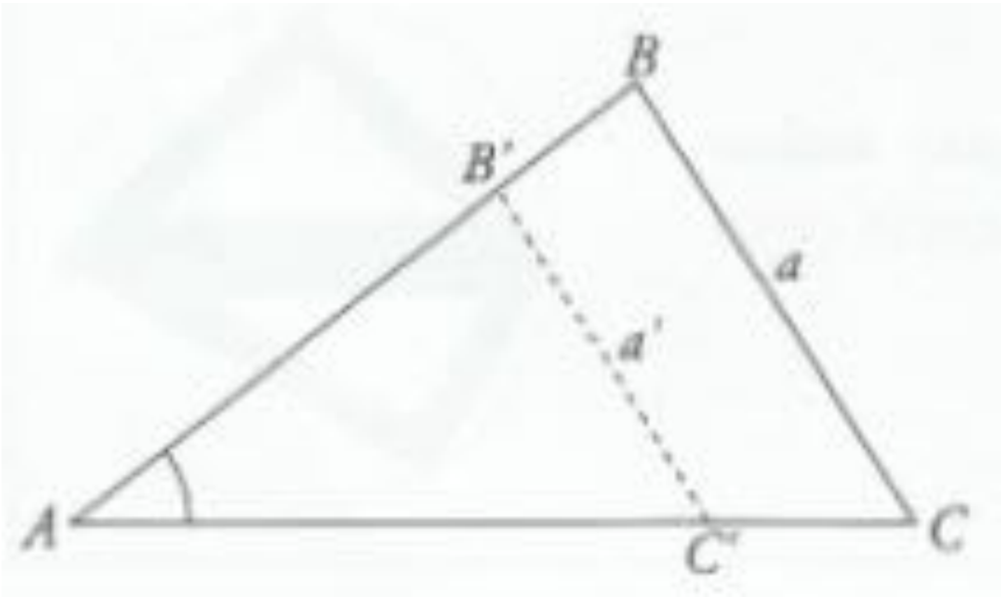
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

Como consecuencia, se verifica: $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$



5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Dos triángulos en posición de Tales son semejantes.

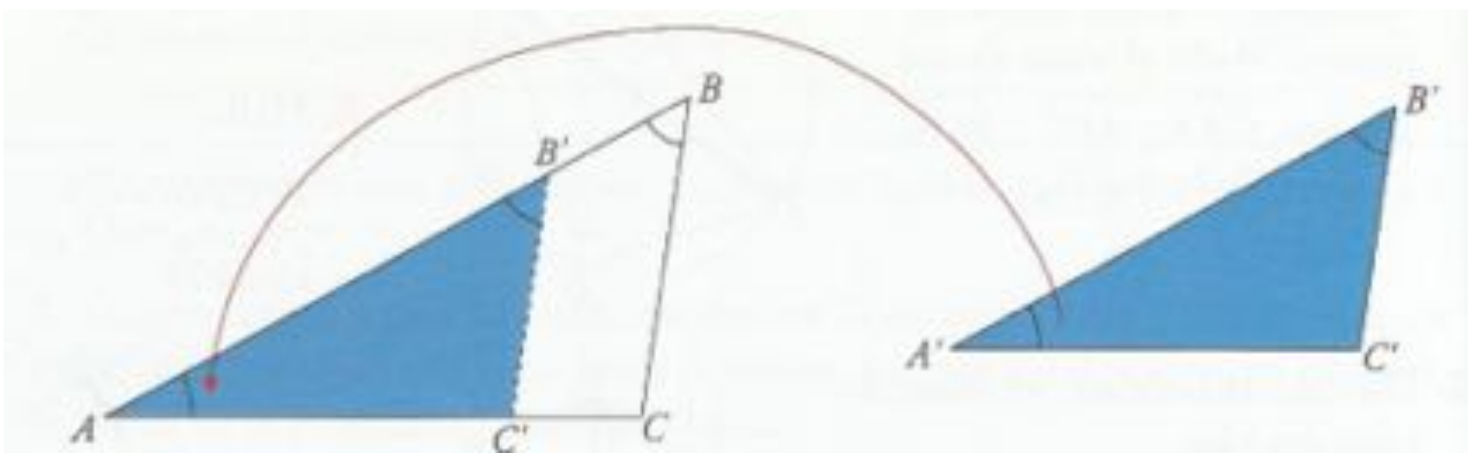


5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Criterio de Semejanza de Triángulos: Si dos triángulos tienen 2 ángulos iguales entonces son semejantes porque es posible ponerlos en posición de Thales.

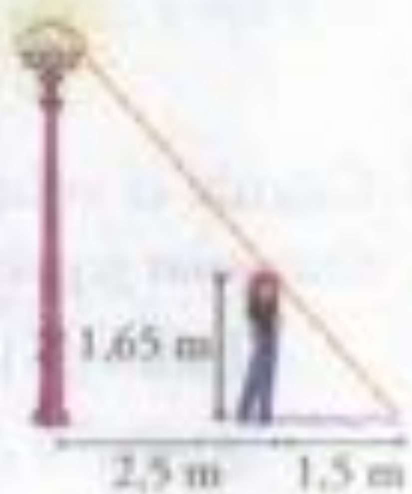
Si $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$, entonces:

$$\hat{C} = \hat{C}' \text{ y } \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



5. SEMEJANZAS. TEOREMA DE THALES

Si la altura de Rita es 1,65 cm, ¿cuál es la altura de la farola?



6. CUERPOS GEOMÉTRICOS

Poliedros

- Prismas
- Pirámides - Troncos
- P.Regulares – Sólidos Platónicos

Cuerpo geométrico limitado por caras en forma de polígonos

Cuerpos de Revolución

- Cilindros
- Conos - Troncos
- Esfera

Cuerpo obtenido al girar una figura plana alrededor de un eje

Fórmula de Euler

Si en un poliedro simple (que no tiene orificios) se cuentan el número de caras (c), de vértices (v) y de aristas (a), se cumple lo siguiente:

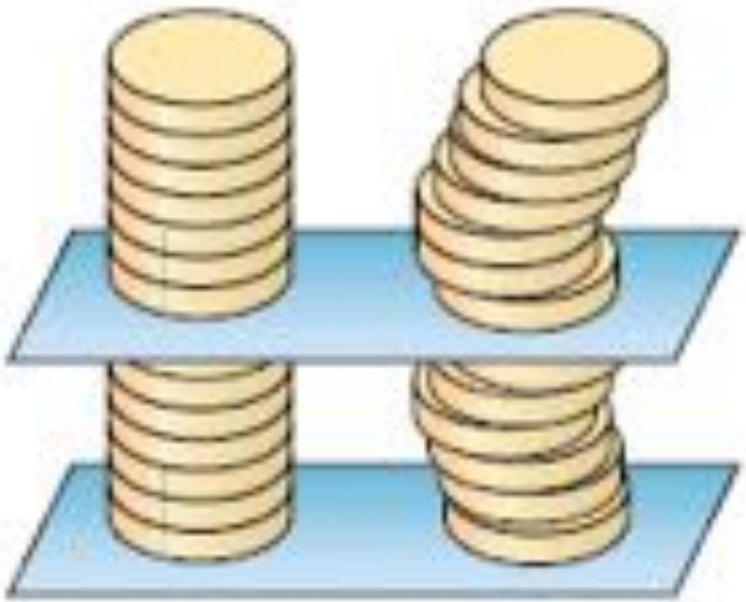
Fórmula de Euler: $c + v - a = 2$

Todos los poliedros que manejamos habitualmente (prismas, pirámides, troncos de pirámide, poliedros regulares, etc.) son simples. Por eso, en todos ellos se cumple la fórmula de Euler.

$$\left.\begin{array}{r} \text{N.º de caras: } c = 6 \\ \text{N.º de aristas: } a = 10 \\ \text{N.º de vértices: } v = 6 \end{array}\right\} \rightarrow \quad 6 + 6 - 10 = 2$$

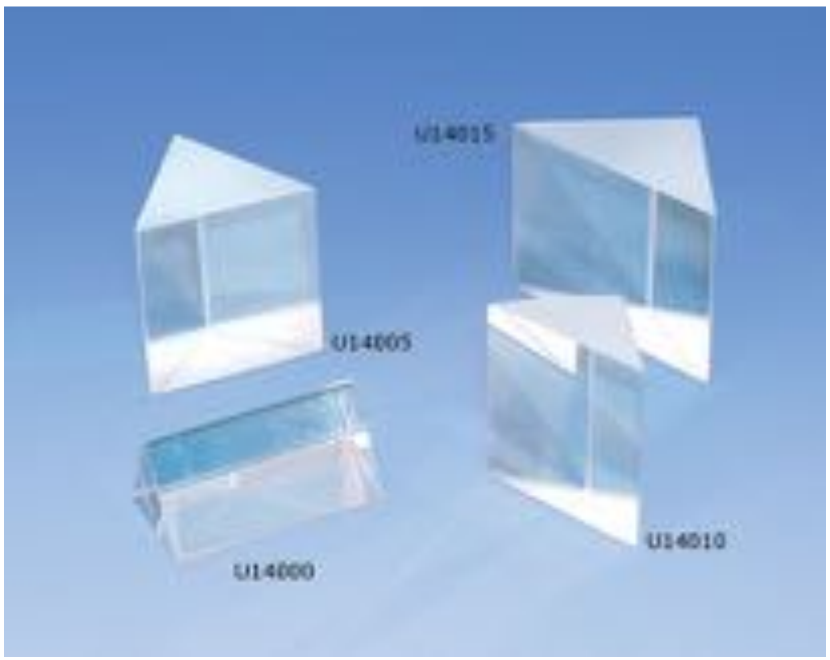
Principio de Cavalieri

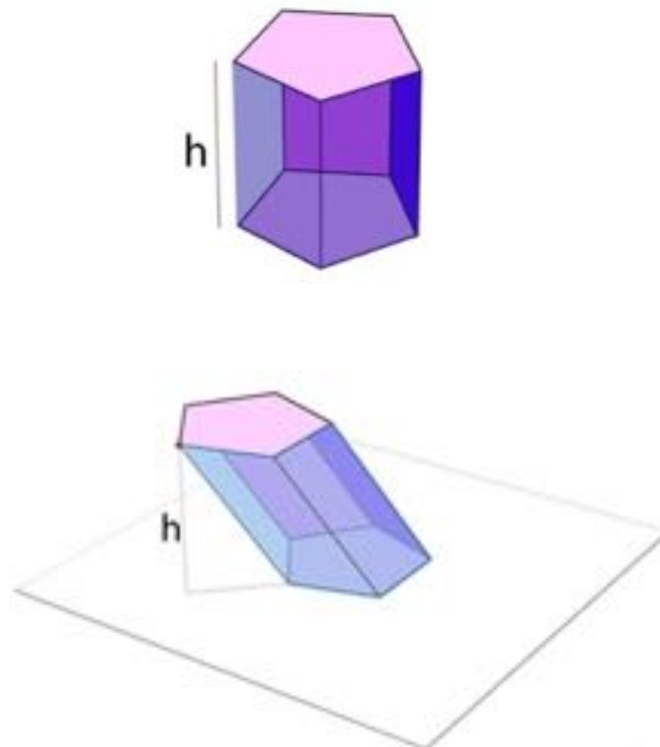
Si dos cuerpos tienen la misma altura, y las secciones producidas al cortarlos por planos paralelos a la base presentan igual área, entonces los dos cuerpos tienen el mismo volumen.



6.1. POLIEDROS - PRISMAS

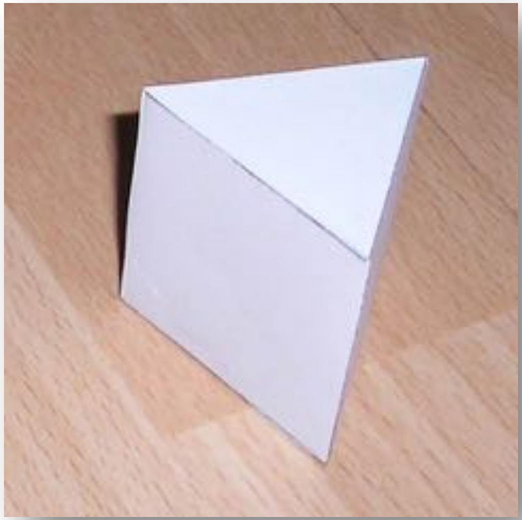
Los **prismas** son poliedros cuyas bases, paralelas entre sí, son dos polígonos iguales y sus caras laterales son paralelogramos. Se clasifican en rectos y oblicuos.

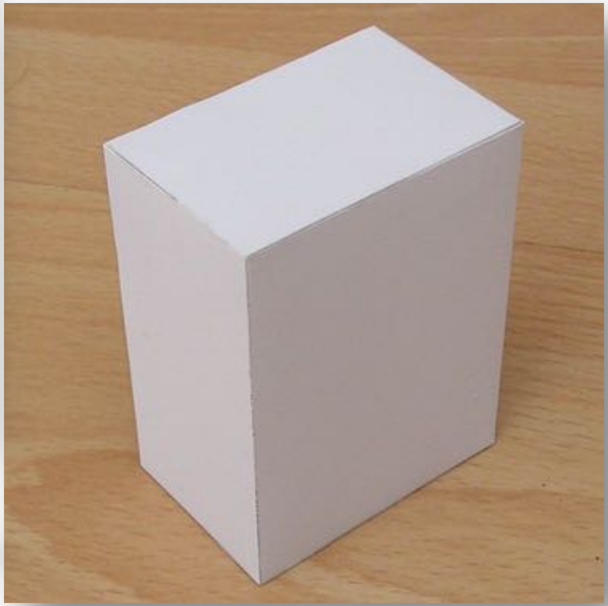


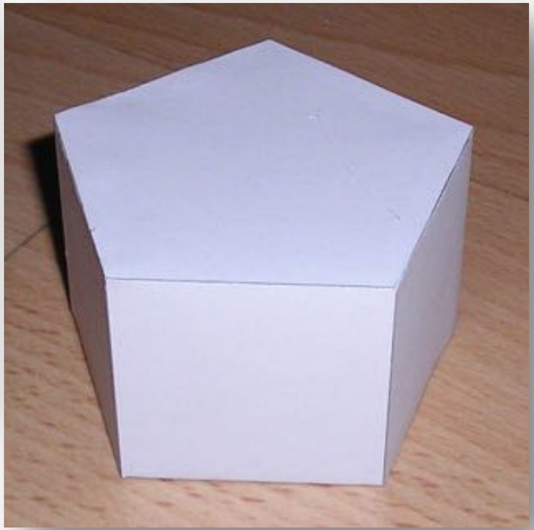


6.1. POLIEDROS - PRISMAS

Según los tipos de bases los clasificamos en primas triángulares, prismas cuadrángulares, … Serán regulares si sus bases son poligonos regulares (lados y ángulos iguales).







Paralelepípedos, si sus bases son paralelogramos.

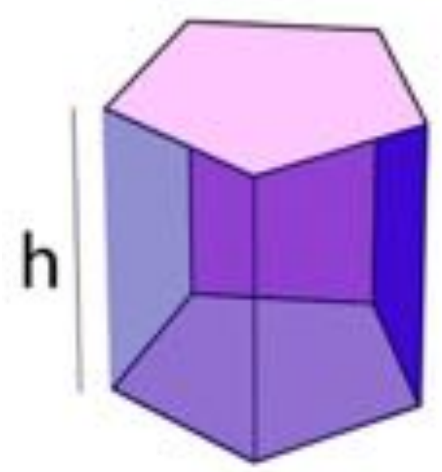
6.1. POLIEDROS - PRISMAS

ÁREAS Y VOLUMEN DE UN PRISMA RECTO

- Área lateral: $A_L = P_b \cdot h$

- Área total: $A_T = A_L + 2\ A_b$

- Volumen: $V = A_b \cdot h$

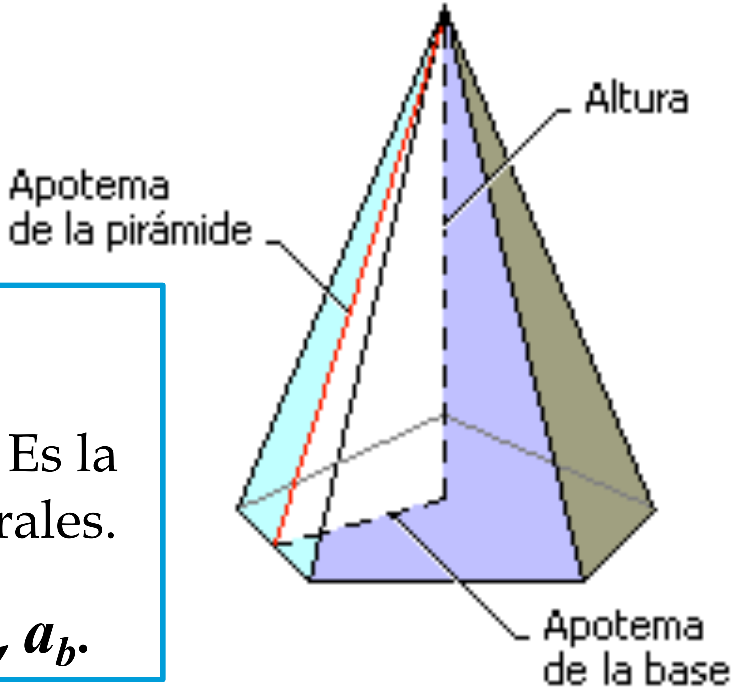


donde P_b es el perímetro de la base, h es la altura del prisma y A_b es el área de una de las bases.

6.2. POLIEDROS - PIRÁMIDES

Las **pirámides** son poliedros que tienen como base un polígono y sus caras laterales son triángulos que concurren en un vértice.

- **Altura, *h*.**
- **Apotema lateral, a_l.** Es la altura de las caras laterales.
- **Apotema de la base, a_b.**



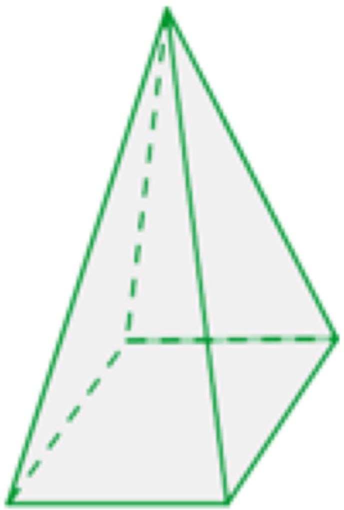
6.2. POLIEDROS - Pirámides

Según el número de lados de su base. Triangulares, cuadrangulares o tetragonales, … También se clasifican en rectos u oblicuos según sean iguales o no los ángulos de las caras laterales con la base.

6.2. POLIEDROS - Pirámides

ÁREAS Y VOLÚMENES

Pirámide regular:

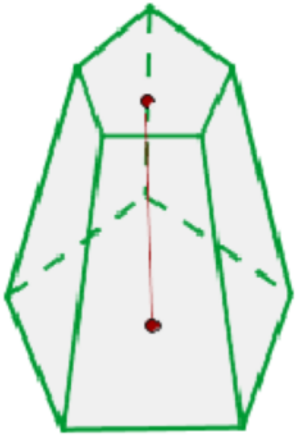


- Área total: $A_T = A_L + A_b$

$$A_L = Sumar\_areas\_caras\_laterales = \frac{P_b \cdot a_l}{2}$$

- Volumen: $V = 1/3\_area\_prisma = \dfrac{A_b \cdot h}{3}$

Tronco de pirámide recto:



- Área total: $A_T = A_L + A_B + A_b$

- Volumen: $V = \dfrac{h \cdot (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})}{3}$

6.3 POLIEDROS REGULARES – SÓLIDOS PLATÓNICOS

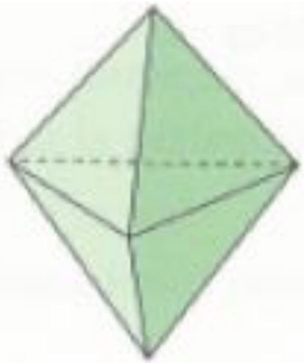
Un **poliedro** se llama **regular** cuando cumple las dos condiciones siguientes:

1. Sus caras son polígonos regulares idénticos.
2. En cada vértice del poliedro concurre el mismo número de caras.

Solo hay cinco poliedros regulares:

TETRAEDRO 4 caras, triángulos | CUBO o HEXAEDRO 6 caras, cuadrados | OCTAEDRO 8 caras, triángulos | DODECAEDRO 12 caras, pentágonos | ICOSAEDRO 20 caras, triángulos

6.3 POLIEDROS REGULARES – SÓLIDOS PLATÓNICOS



Aunque sus seis caras son triángulos equiláteros idénticos, este poliedro **no es regular,** porque en unos vértices concurren tres caras y en otros, cuatro.

6.3 POLIEDROS REGULARES – SÓLIDOS PLATÓNICOS

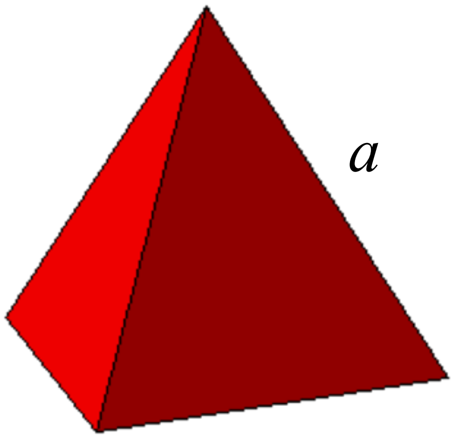
La primera descripción reconocida de los cinco poliedros regulares es la que hizo Platón (filósofo griego del siglo IV a.C.) en su texto *Timeo*, en el que esboza su mito de la creación. De ahí que también se conozcan como sólidos platónicos. Platón llegó a identificar esta clase de poliedros con el universo y con los elementos que, según él, lo constituyen: tierra, fuego, aire y agua. Identificó el tetraedro con el fuego, por ser el más pequeño y por su sencillez y forma puntiaguda. El icosaedro representaba el agua, por ser el que rueda con más facilidad con su forma más redondeada. El octaedro representaba el aire, por considerarlo un elemento intermedio en tamaño, peso y fluidez entre los dos primeros. La tierra era representada con el cubo, la figura más robusta y estable de todas. Finalmente, el dodecaedro fue declarado por Platón símbolo del universo, al considerar que tenía la forma con la que los dioses habían dispuesto las constelaciones en los cielos.

TETRAEDRO

Está formado por cuatro caras iguales que son triángulos equiláteros.

Su área viene dada por:

$$A = \sqrt{3} \cdot a^2$$

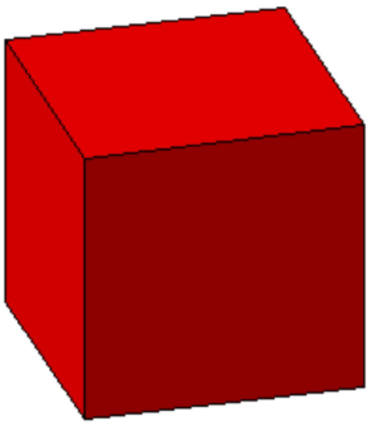


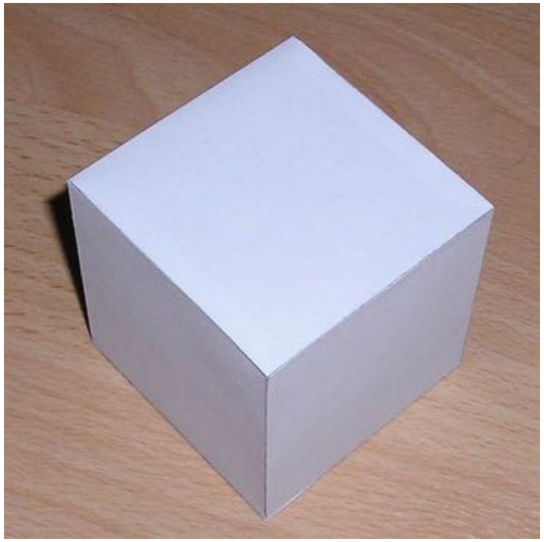
HEXAEDRO O CUBO

Está formado por seis caras iguales que son cuadrados.

Su área viene dada por:

$$A = 6 \cdot a^2$$



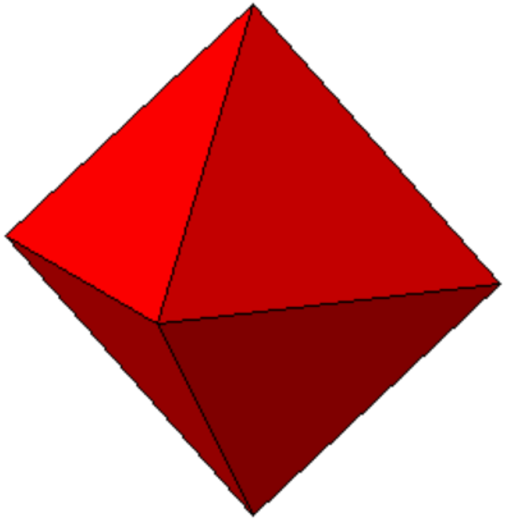


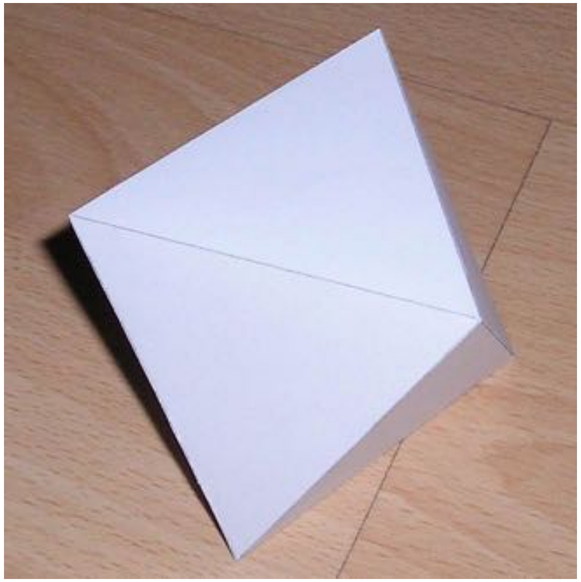
OCTAEDRO

Está formado por ocho caras iguales que son triángulos equiláteros.

Su área viene dada por:

$$A = 2\sqrt{3} \cdot a^2$$



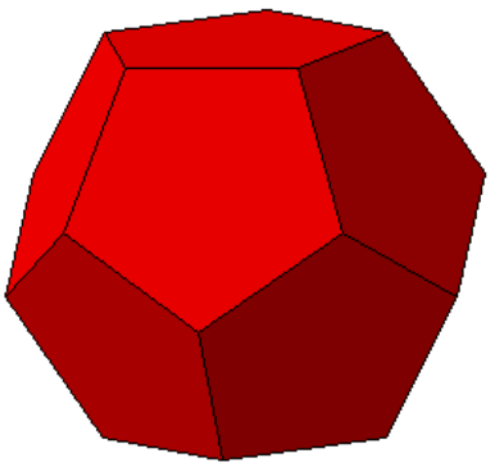


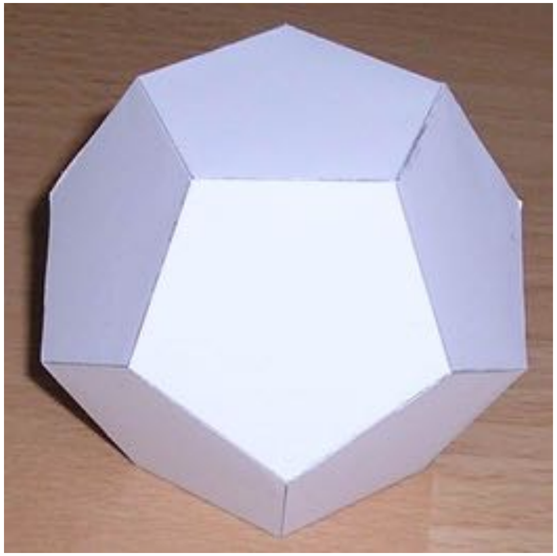
DODECAEDRO

Está formado por doce caras iguales que son pentágonos regulares.

Su área viene dada por:

$$A = 3\sqrt{5(5+2\sqrt{5})} \cdot a^2$$



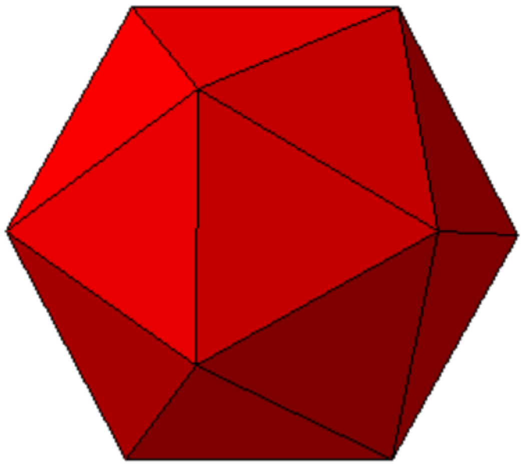


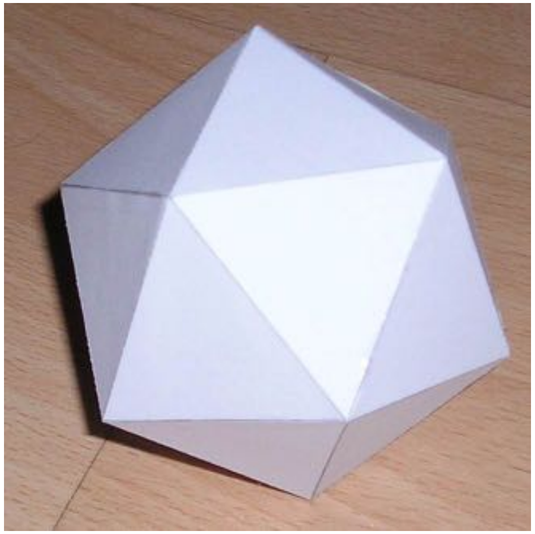
ICOSAEDRO

Está formado por veinte caras iguales que son triángulos equiláteros.

Su área viene dada por:

$$A = 5\sqrt{3} \cdot a^2$$



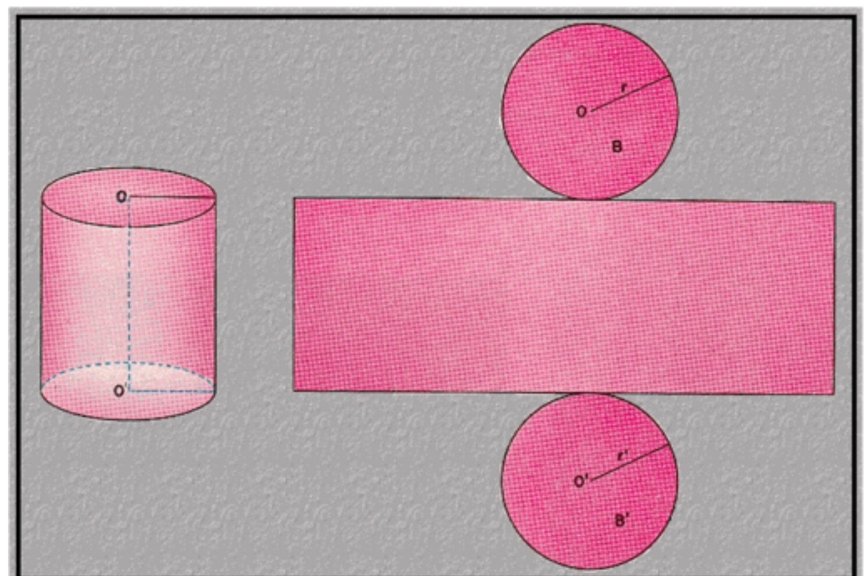


6.4. Cuerpos Revolución - Cilindro

Un **cilindro** es la figura de revolución que se forma al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.

Área total: $A_T = A_L + 2 \cdot A_b$

Volumen: $V = A_b \cdot h$



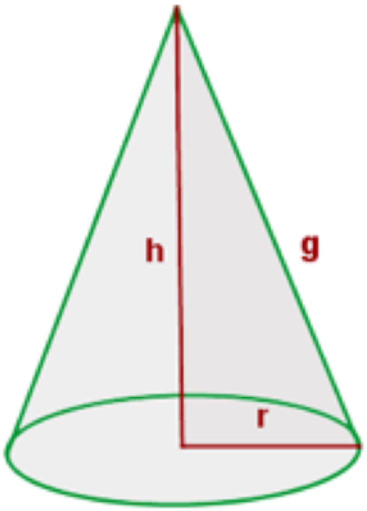
6..5. Cuerpos Revolución - Cono

Un **cono** es la figura de revolución que se forma al girar un triángulo alrededor de un cateto.

Área lateral: $A_L = \pi \cdot r \cdot g$

Área total: $A_T = A_L + A_b$

Volumen: $$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$



6.6. Cuerpos Revolución - Esfera

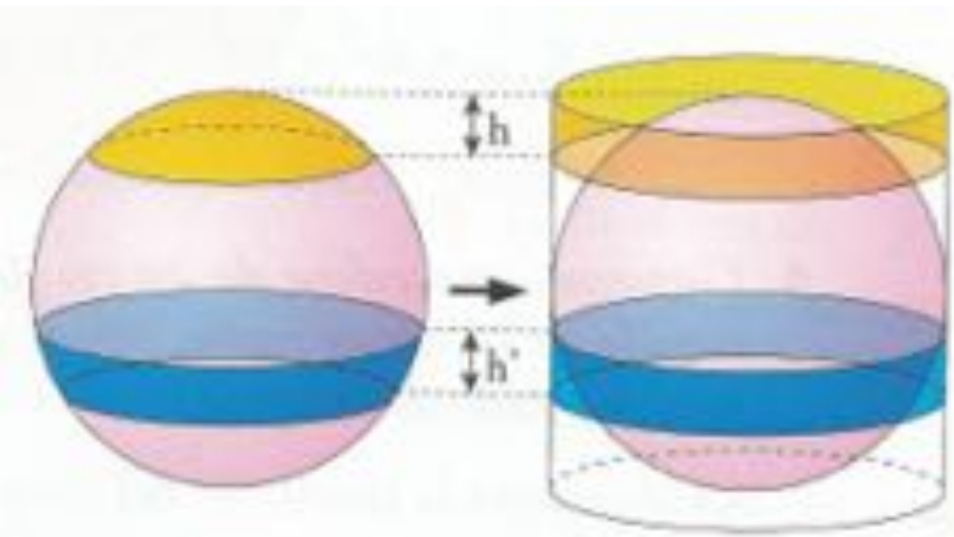
Una **esfera** es la figura de revolución que se forma al girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

Área lateral: $A_L = 4 \cdot \pi \cdot R^2$

Volumen: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

6.6. Cuerpos Revolución - Esfera

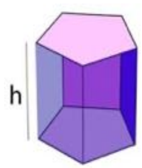
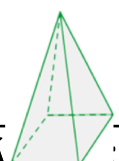
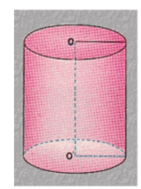
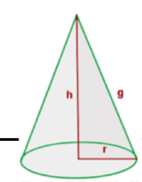
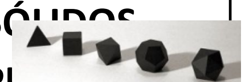
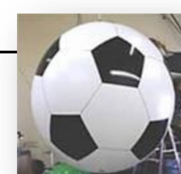
Casquetes y Zona Esférica



$$A_{\text{CASQUETE ESFÉRICO}} = 2\pi r \cdot \mathrm{h}$$

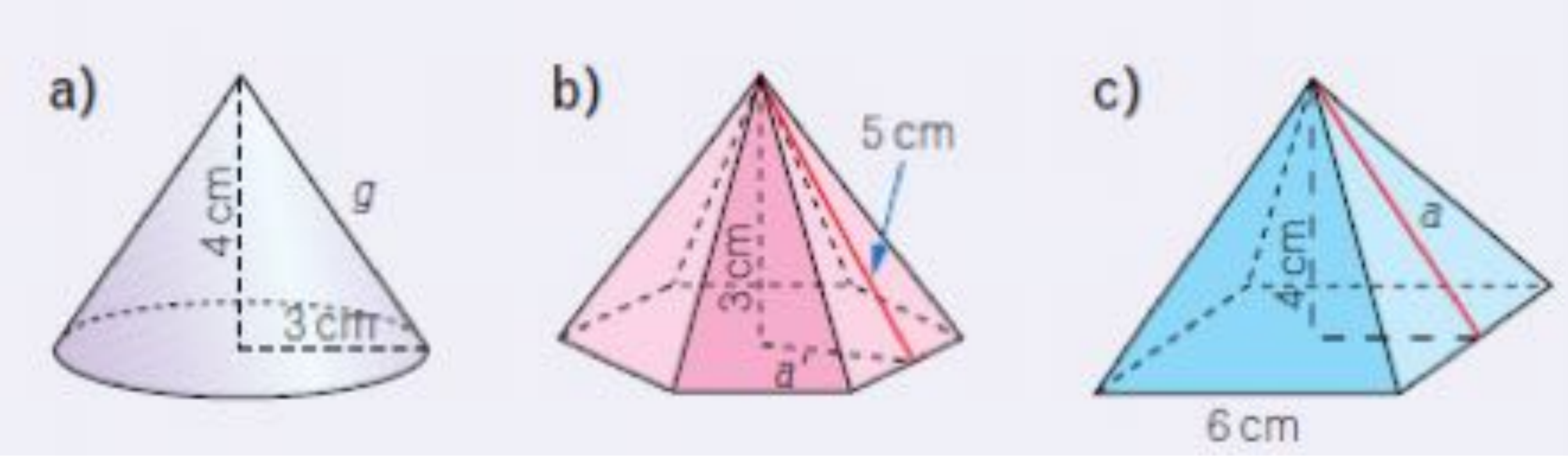
$$A_{\text{ZONA ESFÉRICA}} = 2\pi r \cdot \mathrm{h}'$$

RESUMEN

POLIEDROS			CUERPOS REVOLUCIÓN		
TIPO	**ÁREA**	**VOLUMEN**	**TIPO**	**ÁREA**	**VOLUMEN**
PRISMAS  	$A_T= 2 \cdot A_{base}+A_L$	$V=A_{Base} \cdot Altura$	**CILINDRO**  	$A_T= 2 \cdot A_{base}+A_L$ $A_L=2 \prod r \cdot h$	$V=A_{Base} \cdot Altura$
PIRÁMIDES	$A_T= A_{base}+A_L$	$V=(A_{Base} \cdot Altura)/3$	**CONO**	$A_T= A_{base}+A_L$ $A_L= \prod \cdot r \cdot g$	$V=(A_{Base} \cdot Altura)/3$
SÓLIDOS PLATÓNICOS 	A_T= Suma de las caras			$A=4 \prod r^2$	$V= 4/3 \cdot \prod r^3$

EJERCICIOS

Calcula el dato desconocido en estos cuerpos geométricos.



EJERCICIOS – PAG. 185

51. ● Calcula el área total de un prisma triangular recto de altura 3 cm y cuya base es un triángulo equilátero de 2 cm de lado.

52. ● Halla el área de un ortoedro de altura 5 cm y cuya base es un rectángulo de 3×4 cm.

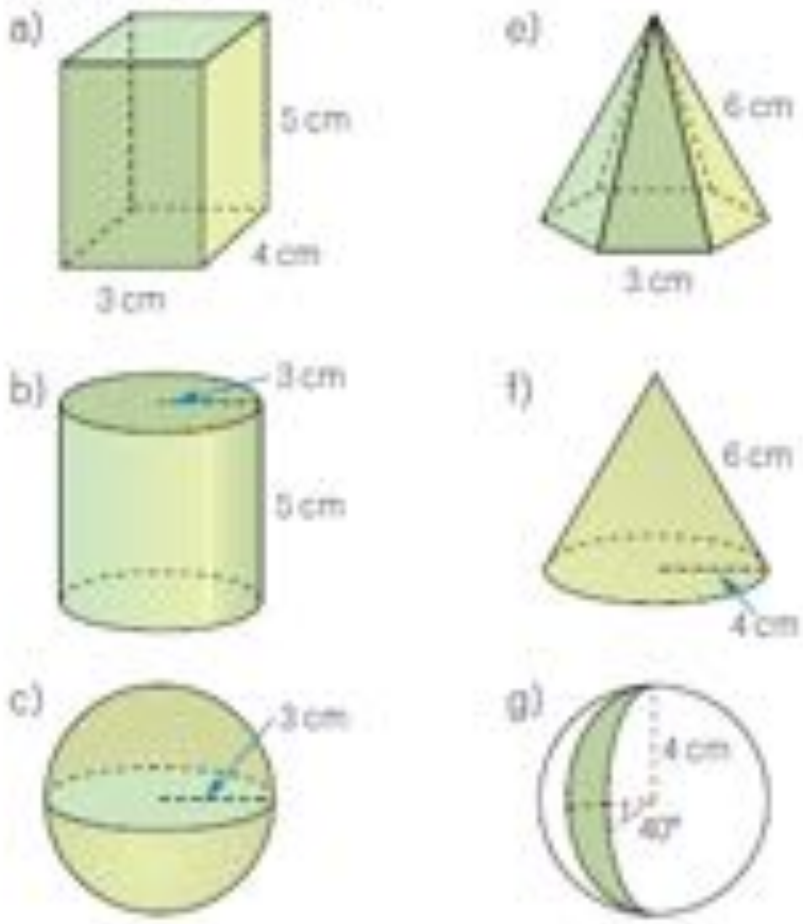
EJERCICIOS – PAG. 185

54. ● Determina el área total de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 6 cm, y con base un triángulo equilátero de 4 cm de lado.

55. ●● Obtén el área de una cara y el área total de un tetraedro regular cuya arista vale 2 cm.

EJERCICIOS – PAG. 186

59. Calcula el área de los siguientes cuerpos y figuras esféricas.



EJERCICIOS – PAG. 186

71. ● Obtén el volumen de una pirámide cuadrangular recta de arista 10 cm y altura 5 cm.

72. ●● Calcula el volumen de un prisma triangular recto de altura 8 cm y cuya base es un triángulo equilátero de lado 4 cm.

EJERCICIOS – PAG. 186

73. ●● Halla el volumen de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 8 cm, y con base, un triángulo equilátero de 7 cm de lado.

74. ●● Calcula el volumen de un cilindro de 12 cm de diámetro, y altura, el triple del diámetro.

EJERCICIOS – PAG. 186

73. ●● Halla el volumen de una pirámide triangular recta con aristas laterales de 8 cm, y con base, un triángulo equilátero de 7 cm de lado.

74. ●● Calcula el volumen de un cilindro de 12 cm de diámetro, y altura, el triple del diámetro.