



33.- Resuelve la ecuación matricial $X-3A = AB$; siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$$

34.- Calcula el rango de las matrices siguientes:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -3 \\ -5 & 5 & -1 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sol: $r(C) = 2$; $r(A) = 2$; $r(B) = 4$

35.- Calcula A^n , siendo:

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b) A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{n^2+n}{2} & 1 & n \\ n & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \\ 0 & 1 & 0 \\ 2^{n-1} & 0 & 2^{n-1} \end{pmatrix}$$

36.- Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3$ Halla: a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x & z & y \\ a & c & b \end{vmatrix}$; b) $\begin{vmatrix} 2c & b-c & a \\ 2z & y-z & x \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$;

c) $\begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 1 & 0 & 1 \\ a-2 & b & c-2 \end{vmatrix}$

Sol: a) 3; b) -6; c) 3

37.- Si A y B son dos matrices cuadradas de orden n. ¿Es cierto, en general, la igualdad siguiente?: $A^2+2AB+B^2 = (A+B)^2$. Sol: No

38.- Encuentra los valores de x, y, z, que verifiquen la siguiente ecuación matricial:

$$x \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Sol: $x = -1$; $y = 1$; $z = 2$

39.- Encuentra la matriz X tal que: a) $AX+B=C$; b) $AXB=C$; c) $AX+BX=C$; d) $AX+X=B$; e) $2X+XA=C$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Sol: a) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3/4 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3/2 & 3/2 & 1 \\ -3/4 & -5/4 & 1/4 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 1/6 & 5/3 & 2/3 \\ -7/10 & -4/5 & 1/5 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ -1/6 & 1/3 & 0 \\ 1/6 & 1/15 & 1/5 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 7/36 \\ -1/6 \end{pmatrix}$

40.- Sea $AMB = AMC$, ¿se puede asegurar que $B = C$?; y si $AMB=0$; ¿se puede asegurar que $A=0$ ó $B=0$?

Sol: No; No

41.- Hallar k para que la matriz A no tenga inversa. Calcular la inversa para $k = 0$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & -1 & k \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } k = 1; \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

42.- Resolver la ecuación matricial $AX+B=C$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 5 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } X = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

47.- Se dice que dos matrices cuadradas de orden n, A y B conmutan, si $AB = BA$. Obtener las matrices A que conmuta con la B.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } A = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$$

48.- Calcular los determinantes: a) Haciendo ceros; b) Desarrollando por los elementos de una línea:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Sol: 5; -48

49.- Dada la matriz A. Calcula los valores de m para que tenga inversa. Di para qué valores de m A es una matriz singular. Rango de A.
Sol: a) $m \neq -2$ y $m \neq -1/2$; b) ; c) $m = 2$ ó $m = -1/2$ $\rightarrow r(A) = 2$; $m \neq -2$ y $m \neq -1/2$ $\rightarrow r(A) = 3$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & m & 2 \\ 4 & -5 & 2 \\ m & -1 & m \end{pmatrix}$$

50.- Encontrar la matriz X que verifique que: $X \cdot B^2 = AB$;
 $AX+B=C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 6 & 8 & 8 \\ 7 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sol: } a) \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 9 & 5 & 6 \\ 10 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

51.- Calcula el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Sol: $r(A) = 2$; $r(B) = 4$

52.- Dadas las matrices A y B calcula la matriz $P = A \cdot B + B^2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } P = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 \\ 11 & 9 & 17 \\ 14 & 9 & 21 \end{pmatrix}$$

53.- Calcula el rango de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Sol: $r(A) = 2$; $r(B) = 4$

54.- Resuelve la siguiente ecuación:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 2 \\ x & -4 & 4 \\ 3 & x & 6 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Sol: } x = 2; x = -6$$

55.- Calcula sin desarrollarlos el valor de los siguientes determinantes:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 4 & 6 & 11 & 10 \\ 7 & 11 & 18 & 19 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & x & y-z \\ 1 & y & x-z \\ 1 & z & x-y \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 5 & 6 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 7 & 5 & 11 \\ 5 & 6 & 9 & 11 \end{vmatrix}$$

57.- Halla $A+B$; $2A+3B$; siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 6 & 7 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{Sol: } A+B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 11 & 9 & 5 \\ 8 & 16 & 12 \end{pmatrix} \quad 2A+3B = \begin{pmatrix} 17 & 12 & 7 \\ 26 & 21 & 12 \\ 22 & 39 & 28 \end{pmatrix}$$

58.- Hallar las inversas de las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 0 \\ 7 & 7 & 12 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sol: no existe } A^{-1}; \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1/3 & 0 \\ -8/3 & -1/3 & 1 \\ 11/3 & 1/3 & -1 \end{pmatrix} \quad C^{-1} = \begin{pmatrix} -4/35 & -1/35 & 9/35 \\ 3/35 & -8/35 & 2/35 \\ 6/35 & 3/70 & 4/35 \end{pmatrix}$$

59.- Hallar el rango de las siguientes matrices según valores de x :

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 4 \\ x & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & x & -1 & 2 \\ 2 & -1 & x & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ x & 4 & x \\ -1 & -x & 1-x \end{pmatrix}$$

Sol: $x=0$ rango 3 Sol: $x=3$ rango 2 Sol: $x=2$ rango 1
 $x \neq 0$ rango 4 $x \neq 3$ rango 3 $x \neq 2$ rango 3

60.- Resolver las ecuaciones:

$$\begin{vmatrix} 2x+1 & -x \\ x & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 4 & x & 0 \end{vmatrix} = 1$$

Sol: 0 y -2; -1/7

61.- Calcular el valor de los determinantes:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 & -2 \\ -2 & -3 & 8 & -5 \\ 1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & -6 & 4 & 3 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 & 4 \\ -5 & 2 & 8 & -5 \\ -2 & 4 & 7 & -3 \\ 2 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 4 & 6 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

Sol = -142; -54; 43

62.- Sin desarrollar los determinantes, utilizando sus propiedades, comprobar:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} = (d-a)(d-b)(d-c)(c-a)(b-a) \quad \begin{vmatrix} yz & 1/x & x \\ zx & 1/y & y \\ xy & 1/z & z \end{vmatrix} = 0$$

63.- ¿Existe algún valor de x que haga inversibles las matrices:

$$a) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & -6 & x \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ x & -1 & -2 \\ 4 & 1 & x \end{pmatrix} ?$$

Sol: a) ninguna; b) $x \dots -3$ y 2

64.- Resuelve las ecuaciones matriciales siguientes: a) $AXB=C=I$; b) $CX+AX=B$ siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Sol: } a) \begin{pmatrix} 0 & 3/2 & -1 \\ -5/6 & 1/3 & 7/3 \\ 1/6 & -7/6 & 1/3 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} 1/6 & -1/2 & 1/2 \\ -1/6 & 3/2 & -1/2 \\ 2/3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Área de Ciencias

<http://selectividad.intergranada.com>