

**Factorización y Regla de Ruffini**

**3** Resuelve estas ecuaciones factorizando previamente:

- a)  $6x^3 + 7x^2 - 1 = 0$       d)  $x^3 - 49x = 0$   
 b)  $16x^5 - 8x^3 + x = 0$       e)  $x^3 + 9x^2 + 15x - 25 = 0$   
 c)  $x^3 + 6x^2 - 7x - 60 = 0$       f)  $x^6 + 3x^2 = 0$

Soluciones:

- a)  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = \frac{1}{3}$       d)  $x_1 = 0, x_2 = 7, x_3 = -7$   
 b)  $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 0, x_3 = -\frac{1}{2}$       e)  $x_1 = 1, x_2 = -5$   
 c)  $x_1 = 3, x_2 = -5, x_3 = -4$       f)  $x = 0$

**Fracciones algebraicas**

**5** Opera y simplifica el resultado.

- a)  $\frac{3a+3}{12a-12} : \frac{(a+1)^2}{a^2-1}$       b)  $\frac{x^2+2x-3}{(x-2)^3} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$   
 c)  $\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$       d)  $\left(\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+2}\right) : \left(1 + \frac{x}{x+2}\right)$

Soluciones:

- a)  $\frac{1}{4}$       b)  $\frac{x+3}{(x-2)(x+1)}$       c) 0      d)  $\frac{3x+2}{2x(x+1)}$

**Ecuaciones de grado 1 y 2**

**7** Resuelve, cuando sea posible, las siguientes ecuaciones:

- a)  $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{1+x}{2} = \frac{(x-1)^2}{16} - \frac{2+x}{4}$   
 c)  $(5x-3)^2 - 5x(4x-5) = 5x(x-1)$

Soluciones:

- a) Obtenemos una identidad, luego las soluciones son todos los números reales.  
 c) No tiene solución.

## 8 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a)  $0,5(x-1)^2 - 0,25(x+1)^2 = 4-x$

b)  $\frac{3}{2}\left(\frac{x}{2}-2\right)^2 - \frac{x+1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{x-1}{4}$

Soluciones:

a)  $x_1 = -3, x_2 = 5$

b)  $x_1 = 4, x_2 = \frac{11}{3}$

## Ecuaciones bicuadradas

### 9 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b)  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

Soluciones:

a)  $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = 1, x_4 = -1$

b)  $x_1 = 1, x_2 = -1$

## Ecuaciones con Radicales

### 12 Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba las soluciones:

a)  $\sqrt{5x+6} = 3+2x$

b)  $x + \sqrt{7-3x} = 1$

c)  $\sqrt{2-5x} + x\sqrt{3} = 0$

d)  $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x-5} = 0$

Soluciones:

a)  $x_1 = -1, x_2 = -\frac{3}{4}$

b)  $x = -3$  ( $x = 2$  no vale)

c)  $x = -2$  ( $x = \frac{1}{3}$  no vale)

d) No tiene solución.

### 14 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\sqrt{3x} - \sqrt{x} - \sqrt{2} = 0$

b)  $\sqrt{-5-7x} + \sqrt{4+x} = \sqrt{7-6x}$

c)  $\sqrt[3]{4x-1} = x-4$

d)  $\sqrt[3]{4-2x} = \sqrt[6]{8x^2-16x}$

Soluciones:

a)  $x = \sqrt{3} + 2$  ( $x = 2 - \sqrt{3}$  no vale)

c)  $x = 7$

d) No tiene solución.

b)  $x_1 = -\frac{12}{7}, x_2 = -3$

## Ecuaciones con x en el denominador

### 11 Resuelve estas ecuaciones y comprueba la validez de las soluciones:

e)  $\frac{x+7}{x+1} - \frac{7x+1}{x^2+2x+1} = x-4$

f)  $\frac{30}{x^2+5x+6} - \frac{x}{x+2} = \frac{2x+1}{x+3}$

e)  $x = 5$

f)  $x_1 = 2, x_2 = -\frac{14}{3}$

Soluciones:

**15** Resuelve expresando ambos miembros de la ecuación como potencias de la misma base:

a)  $3^{x^2+1} = \frac{1}{9}$

b)  $\frac{9^{2x}}{3^x} = 27$

c)  $5 \cdot 2^{x+3} = \frac{5}{4}$

d)  $5^{x^2+3x} = 0,04$

e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{8}{27}$

f)  $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 81$

g)  $(0,01)^x = 100$

h)  $3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 36$

i)  $\sqrt{2^{3x-1}} = 0,125$

j)  $3^3 \sqrt[3]{27^{x-1}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x+5}$

k)  $3 \cdot 9^x \cdot 27^x = 1$

l)  $5^{x-5} \cdot 125^{2x} = 25$

Soluciones:

a) No tiene solución.

b)  $x = 1$

c)  $x = -5$

d)  $x_1 = -1, x_2 = -2$

e)  $x = 3$

f)  $x = -2$

g)  $x = -2$

h)  $x = 1$

i)  $x = -\frac{5}{3}$

j)  $x = -2$

k)  $x = -\frac{1}{5}$

l)  $x = 1$

**17** Resuelve las siguientes ecuaciones mediante un cambio de variable:

a)  $2^x + 2^{1-x} = 3$

b)  $2^{x+1} + 2^{x-1} = \frac{5}{2}$

c)  $8^{1+x} + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$

d)  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

e)  $9^x - 3^x - 6 = 0$

f)  $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

g)  $2^{x/2} + 2^x = 6$

h)  $\sqrt{3^{2x}+7} = 3^x + 1$

i)  $2^{3x} - 3 \cdot 2^{2x+1} + 3 \cdot 2^{x+2} = 8$

Soluciones:

a)  $x_1 = 1, x_2 = 0$

b)  $x = 0$

c)  $x = -1$

d)  $x_1 = 0, x_2 = 2$

e)  $x = 1$

f)  $x_1 = -1, x_2 = 1$

g) No tiene solución.

h)  $x = 1$

i)  $x = 1$

**18** Resuelve estas ecuaciones:

a)  $\log(x^2 + 1) - \log(x^2 - 1) = \log \frac{13}{12}$

b)  $\ln(x - 3) + \ln(x + 1) = \ln 3 + \ln(x - 1)$

c)  $(x - 1) \log(3^{x+1}) = 3 \log 3$

d)  $\log(x + 3) - \log(x - 6) = 1$

Soluciones:

a)  $x_1 = -5, x_2 = 5$

b)  $x = 5$  ( $x = 0$  no vale)

c)  $x = 2$  ( $x = -2$  no vale)

d)  $x = 7$

**19** Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)  $\log_5 (x^2 - 2x + 5) = 1$

c)  $2 (\log x)^2 + 7 \log x - 9 = 0$

e)  $\log (x^2 + 3x + 36) = 1 + \log (x + 3)$

b)  $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$

d)  $\frac{1}{2} \log_{11} (x + 5) = 1$

f)  $\ln x + \ln 2x + \ln 4x = 3$

Soluciones:

a)  $x_1 = 0, x_2 = 2$       b)  $x = 5$  ( $x = -\frac{40}{6}$  no vale)

c)  $x_1 = 10, x_2 = 10^{-9/2}$       d)  $x = 116$

e)  $x_1 = 1, x_2 = 6$       f)  $x = \frac{e}{2}$

**Sistemas de ecuaciones – Método de Gauss****20** Resuelve:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \begin{cases} x \cdot y = 15 \\ \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \end{cases} &
 \text{b) } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} &
 \text{c) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2y - x = 7 \end{cases} &
 \text{d) } \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}
 \end{array}$$

Soluciones:

a)  $x_1 = 5, y_1 = 3; x_2 = -5, y_2 = -3$

b) No tiene solución.

c)  $y_1 = 3, x_1 = 1; y_2 = \frac{13}{5}, x_2 = -\frac{9}{5}$

d)  $y_1 = 2, x_1 = 3; y_2 = -2, x_2 = -3$

**24** Resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} &
 \text{b) } \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} &
 \text{c) } \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y - z = 1 \end{cases} \\
 \text{d) } \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} &
 \text{e) } \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} &
 \text{f) } \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

Soluciones:

a)  $x = 0, y = 1, z = 9$       b)  $x = 0, y = 0, z = 0$

c)  $x = 1, y = 1, z = 1$       d)  $x = 9, y = 6, z = 3$

e)  $x = 1, y = -2, z = 3$       f)  $x = 6, y = -2, z = \frac{-5}{2}$

## Inecuaciones

- Repasar los de valor absoluto del Tema 1.

### 27 Resuelve estas inecuaciones:

a)  $5(2 + x) > -5x$

b)  $\frac{x-1}{2} > x-1$

c)  $x^2 + 5x < 0$

d)  $9x^2 - 4 > 0$

e)  $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f)  $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

Soluciones:

a) Puntos del intervalo  $(-1, +\infty)$

b) Puntos del intervalo  $(-\infty, 1)$

c) Puntos del intervalo  $(-5, 0)$

d) Puntos de los intervalos  $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

e) Puntos de los intervalos  $(-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

f) Puntos del intervalo  $[-3, 5]$

### 29 Resuelve:

a)  $(x+1)x^2(x-3) > 0$

b)  $x(x^2+3) < 0$

c)  $\frac{x^2}{x+4} < 0$

d)  $\frac{x-3}{x+2} < 0$

Soluciones:

a) Puntos de los intervalos  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

b) Puntos del intervalo  $(-\infty, 0)$

c) Los puntos del intervalo  $(-\infty, -4) \cup (-4, 0)$

d) Los puntos del intervalo  $(-2, 3)$

### 30 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a)  $\begin{cases} x^2 + 2x > 15 \\ 3 - 2x < 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 5x - x^2 \geq 4 \\ 5x - 1 < 4x + 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 \leq 4 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases}$

Soluciones:

a)  $\begin{cases} x^2 + 2x > 15 \rightarrow \text{Soluciones: } (-\infty, -5) \cup (3, \infty) \\ 3 - 2x < 7 \rightarrow \text{Soluciones: } (-2, \infty) \end{cases}$

Las soluciones comunes son:  $((-\infty, -5) \cup (3, \infty)) \cap (-2, \infty) = (3, \infty)$

b)  $\begin{cases} 5x - x^2 \geq 4 \rightarrow \text{Soluciones: } [1, 4] \\ 5x - 1 < 4x + 2 \rightarrow \text{Soluciones: } (-\infty, 3) \end{cases}$

Las soluciones comunes son:  $[1, 4] \cap (-\infty, 3) = [1, 3)$

c)  $\begin{cases} x^2 \leq 4 \rightarrow \text{Soluciones: } [-2, 2] \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \rightarrow \text{Soluciones: } [1, 4] \end{cases}$

Las soluciones comunes son:  $[-2, 2] \cap [1, 4] = [1, 2]$