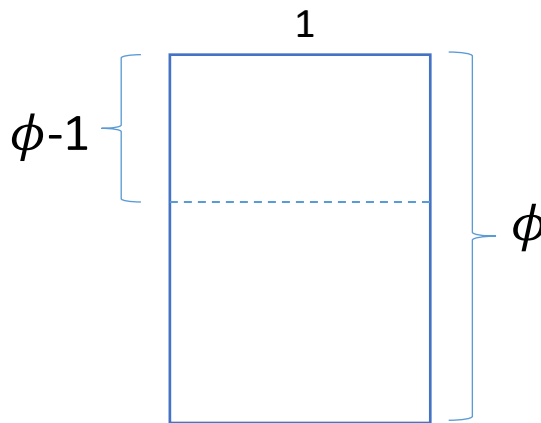


Ejercicios Tema 1. Números Reales. Límites de Sucesiones

B2.C1.1. Reconoce los distintos tipos de números y opera y resuelve problemas con ellos.

- Demuestra que $\sqrt{2}$ es irracional (Idea: Plántalo por reducción al absurdo suponiendo que es racional y elevando al cuadrado hasta llegar a una contradicción). Demuestra también que $\sqrt[3]{7}$ es irracional.
- Calcula el valor del número de oro ϕ teniendo en cuenta que el rectángulo de dimensiones $\phi: 1$ es semejante al rectángulo que resulta de suprimirle un cuadrado de lado 1.



- Indica de qué tipos son los siguientes números incluyendo junto a cada uno de ellos las letras correspondientes (N,Z,Q,I,R): $\sqrt{7}, 6, 2^3, 6\sqrt{3}, -\sqrt{36}, \sqrt[3]{-8}, \sqrt{6}, \sqrt{-5}$

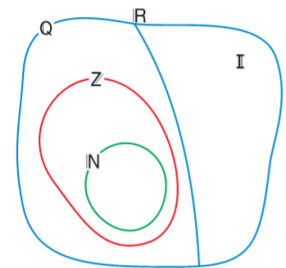
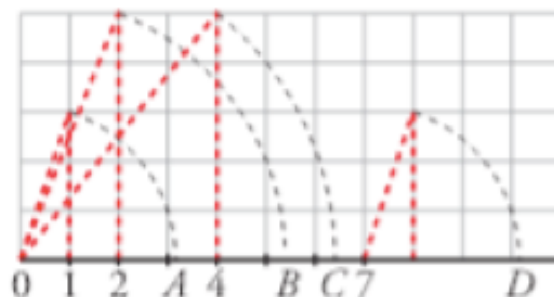
- Clasifica estos números: $\sqrt[3]{-1}, 2\sqrt{13}, \sqrt{81}, \sqrt{15}, \sqrt[3]{-2}, \frac{23}{4}, -\frac{28}{4}$

- Clasifica estos números: $-5, 0,16, 7/5, \sqrt{\frac{75}{3}}, \sqrt[3]{-7}, -\sqrt{5}, \frac{\pi}{3}, 1,\hat{9}$

- Indica cuales de los siguientes números son racionales e irracionales. En caso de racionales exprésalos en forma de fracción:

- | | | | |
|----------------|---------------|-----------------|------------------|
| a) 3,11111.... | b) 3,23 | c) 4,343434... | d) $\sqrt{27}$ |
| e) $\sqrt{10}$ | f) $\sqrt{8}$ | g) $\sqrt{2,7}$ | h) 0,70770777... |

- Indica que números irracionales representan los puntos A, B, C y D.



Aproximación y errores

8. Halla los errores absoluto y relativo que cometemos al redondear y truncar a las décimas la expresión decimal del número $8/3$.
9. Supongamos que medimos la altura de un lápiz y obtenemos 17 cm, cuando en realidad mide 16,8 cm. También medimos la distancia a Murcia desde Hellín y nos salen 88 km, cuando en realidad son 90 km. ¿En qué caso hemos cometido un mayor error en la medición?

Notación científica

10. Expresa los siguientes números en notación científica y ordénalos de menor a mayor:

a) $3'38 \cdot 10^{13}$; $83'6 \cdot 10^{12}$; $555 \cdot 10^{11}$

b) $12,3 \cdot 10^{-5}$; $0,03 \cdot 10^{-4}$; $3100 \cdot 10^{-9}$

11. Expresa en notación científica sin usar la calculadora:

a) $(600000:0,002) \cdot 0'5 \cdot 10^8$

b) $0'45 \cdot 10^{-2} + 12'3 \cdot 10^{-3} - 90 \cdot 10^{-1}$

12. Una gota de sangre de un milímetro cúbico contiene aproximadamente cinco millones de glóbulos rojos. Una persona que pesa 70 Kg. tiene aproximadamente 4,5 litros de sangre. ¿Cuál sería el número de glóbulos rojos que tiene esta persona? Expresa el resultado como un número de una cifra entera y una potencia de 10.

13. En España, el papel reciclado cada año equivale a 30 millones de árboles no talados. Expresa dicho número en notación científica.

14. El periodo de revolución de la Tierra en torno al Sol es de un año, aproximadamente 365,25 días, y el periodo de Plutón es de $7,82 \cdot 10^9$ segundos.

- a) Expresa en notación científica y en segundos el periodo de la Tierra.
 b) ¿Cuántos años terrestres tarda Plutón en dar una vuelta alrededor del Sol?

Potencias

15. Opera las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{2^{-2} - 3^{-2}}{2^{-1} - 3^{-1}}$

b) $\frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-4}}{2^{-4} \cdot 2^2 \cdot 3^{-2}}$

c) $\frac{5^2 \cdot 4^{-2} \cdot 3^7}{25^{-2} \cdot 2^3 \cdot 9^3}$

d) $\frac{42^2 \cdot 10^{-2} \cdot 2^7}{3^4 \cdot 2^{-3} \cdot 5^{-1}}$

16. Opera las siguientes expresiones utilizando las propiedades de las potencias:

a) $(3a^{-2}b^3)^{-3}$

b) $(2^{-2})^2 \cdot (-3)^5 \cdot (-6)^{-2}$

c) $\frac{(a^{-2})^3 \cdot (-b)^{-4}}{(-ab)^4}$

Radicales

17. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[15]{2^6}$ b) $\sqrt[20]{a^8}$ c) $\sqrt[4]{x^8}$ d) $\sqrt[12]{27}$ e) $\sqrt[6]{8}$ f) $\sqrt[4]{25}$

18. Reducir a índice común:

a) $\sqrt[3]{3^2}$ y $\sqrt[12]{3^5}$ b) $\sqrt[15]{2^4}$ y $\sqrt[6]{2^5}$

19. Simplificar:

a) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}$ b) $\sqrt{\sqrt{3}}$ c) $(\sqrt[3]{\sqrt{5}})^4$ d) $\sqrt[5]{(\sqrt{7^{10}})^2}$

20. Sin usar calculadora, indica cuál de los radicales $\sqrt[4]{3}$ o $\sqrt[3]{2}$ es mayor justificando tu respuesta.

21. ¿Cuál es mayor, $\sqrt[4]{31}$ o $\sqrt[3]{13}$?

22. Opera y simplifica:

a) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ b) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[15]{2}$ c) $\sqrt[30]{5} \cdot \sqrt[12]{5^5}$ d) $\sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{4}$ e) $\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[8]{4}$ f) $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[6]{a}}$
 g) $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[6]{a^3}}$ h) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[6]{2}}$ i) $\frac{\sqrt[12]{30}}{\sqrt[18]{3}}$ j) $\frac{\sqrt[3]{x \cdot y}}{\sqrt[4]{x \cdot y}}$ k) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[8]{x^5}}$ l) $\frac{\sqrt[5]{2^3 \cdot 3^4}}{\sqrt[6]{2^2 \cdot 3^7}}$

23. Suma y simplifica:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{32}$ b) $\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{50}$ c) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48}$

24. Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ c) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ d) $\frac{7}{\sqrt[4]{3^3}}$ e) $\frac{2}{10\sqrt{77}}$ f) $\frac{5}{\sqrt[7]{3^2}}$
 g) $\frac{1}{1+\sqrt{3}}$ h) $\frac{7}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ i) $\frac{5}{\sqrt{5}-2}$ j) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ k) $\frac{\sqrt{2}}{2-5\sqrt{3}}$

B2.C3.1. Utiliza las propiedades de los logaritmos para resolver ejercicios y problemas

25. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 32$ b) $\log_3 27$ c) $\log 0,001$ d) $\log_4 0'25$ e) $\log_2 0'125$ f) $\log_5 1$
 g) $\log_5 125$ h) $\log 0'1$ i) $\ln e^3$ j) $\log_8 64$ k) $\log_5 \frac{1}{25}$ l) $\log_2 1024$

26. Calcula el valor de "x" en estas expresiones:

a) $\log_x 8=3$ b) $\log_x 1/25 = -2$ c) $\log_x 2 = 1/2$ d) $\log_x 1/4 = 2$ e) $\log x = \log 24 - \log 3$
 f) $\log 2^x=5$ g) $\log x^2= 6$ h) $\log_5 4x = 2$ i) $2^{3+x} = 80$ j) $\log x = 2 \log 3 - 1/2 \log 36$

27. Sabiendo que $\log_2 A = 1'5$ y $\log_2 B = -0'5$, calcula sin utilizar la calculadora:

a) $\log_2 \left(\frac{A}{8B}\right)$ b) $\log_2 (A \cdot B)$ c) $\log_2 (A^2 \cdot \sqrt{B})$ d) $\log_2 \left(\frac{\sqrt{A}}{4B^4}\right)$

28. Sabiendo que $\log_3 A = 1'2$ y $\log_3 B = 2'2$, calcula sin utilizar calculadora:

a) $\log_3 \left(\sqrt[3]{\frac{A}{9B^2}}\right)$ b) $\log_3 \left(\frac{A^3}{\sqrt[4]{B}}\right)$

29. Haz desaparecer el logaritmo de las siguientes expresiones y despeja “y”:

a) $\ln(y) = x - \ln(3)$ b) $\ln(2y) = 3x - \ln(5)$

30. Desarrolla estas expresiones:

a) $\log \left(\frac{A^4 \sqrt[7]{B}}{10C^3}\right)$ b) $\log \left(\frac{\sqrt[3]{A^2 \cdot B^{-4}}}{\sqrt{C}}\right)$

31. En una fábrica de TV, han detectado que el porcentaje de unidades defectuosas de un cierto año aumenta con el tiempo y viene dado por la fórmula de abajo. Calcula en cuánto tiempo será defectuosas el 50% de las TV.

$$\left(\left(\frac{12}{11}\right)^t - 1\right) \cdot 100$$



32. El inventor del ajedrez pidió como pago que se llenara cada cuadrado del tablero con el doble de trigo que el anterior. Si se comienza con 1 grano de trigo, ¿en que cuadrado se depositarán 4194304 granos de trigo?

33. Una matrioska es una muñeca que contiene otras cada vez más pequeñas en su interior. El volumen de cada muñeca es $\frac{2}{3}$ de la anterior. Si la mayor ocupa 360 cm^3 , ¿Cuántas muñecas hay si la menor ocupa $31,6 \text{ cm}^3$?



34. Calcula el tiempo que tengo que tener 2500€ al 6% de interés compuesto anual para obtener 1977,12€ de beneficio.

35. El crecimiento de un bosque viene dado por la función $F(t) = A \cdot (1+i)^t$ donde F es la madera que habrá dentro de t años, “A” la madera actual, e “i” la tasa de crecimiento anual. Si la tasa de crecimiento anual $i=0,02$ se mantiene constante, calcula el tiempo que tardará en duplicarse la madera del bosque.



B2.C1.2. Intervalos. Inecuaciones.

36. Describe en forma de conjunto y representa los siguientes intervalos en la recta:

- a) $(2,5)$ b) $[-3,4)$ c) $(-\infty,2)$ d) $[-1, \infty)$ e) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 3\}$ f) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$

37. Inventa dos intervalos cuya unión sea $(1,4]$ y otros dos intervalos cuya intersección sea $[0,3)$.

38. Dados $A=[-3,4]$, $B=(-3,2]$, $C=(-\infty,-3)$, $D=[-4,3)$, $E=(-\infty,0)$, $F=(-3, \infty)$, calcula

- a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A \cap C$ d) $A \cup C$ e) $C \cup D$ f) $E \cap F$ g) $E \cup F$ h) $C \cap F$

39. Resuelve las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

- a) $\frac{2x-1}{3} < 7$ b) $\frac{x+4}{-2} \geq 7$ c) $\frac{-x-6}{4} \leq -2$ d) $\frac{-3x-1}{3} > \frac{x+1}{-2}$

40. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto:

- a) $|x| = 4$ b) $|x - 2| = 4$ c) $|x| < 5$ d) $|x| \geq 5$ e) $|x - 1| < 7$ f) $|x - 3| > 2$

41. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a) $x^2-6x+12 \geq 0$ b) $x^2-5x+4 < 0$ c) $x^2-2x+1 > 0$ d) $x^2-9 \leq 0$

42. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- a) $\frac{x-1}{x+2} < 0$ b) $\frac{x^2-5x+6}{x+1} \geq 0$ c) $\frac{x-2}{x^2-5x+6} \leq 0$ d) $\frac{x^2-1}{x^2-4} > 0$

B2.C3.3. Reconoce sucesiones monótonas y acotadas y entiende el concepto de límite de una sucesión.

43. Indica cuál es el $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ calculando además al menos 5 términos de cada una:

- a) $a_n = \frac{2n}{-3n^2+n}$ b) $a_n = \frac{n^2}{2n^2+n}$ c) $a_n = \frac{3n^3}{2n^2+n}$ d) $a_n = \frac{\sqrt{n^2-5}}{5n+1}$
 e) $a_n = \sqrt{\frac{5n^2}{2n^2+n}}$ f) $a_n = \frac{n^{10}}{10^n}$ g) $a_n = \frac{10000}{n}$ h) $a_n = \frac{3n}{\sqrt{2n^2+n}}$