Proyecto Caja Abierta: Multinivel

Título: **Caja Abierta**	
Edades: **8-108**	Temporalización: **5 – 6 sesiones**
Conceptos: **longitud, volumen, unidades de volumen, capacidad** (Quizá: **gráficas, funciones, optimización, derivadas, derivadas sucesivas)**	
Material: **papel blanco**, **papel cuadriculado en centímetros, tijeras, celo, regletas unidad**	

Inauguro con esta entrada la sección *Matemáticas por Proyectos* donde encontrarás proyectos multinivel de investigación, manipulación, discusión y colaboración. Como verás otra forma de trabajar las matemáticas.

¿Te gustaría trabajar con un proyecto en el que aparezcan conceptos geométricos como longitud, volumen (y sus unidades), capacidad, y quizá también, pero no obligatoriamente, otros aspectos matemáticos, como dependencia funcional, maximización y representaciones gráficas?

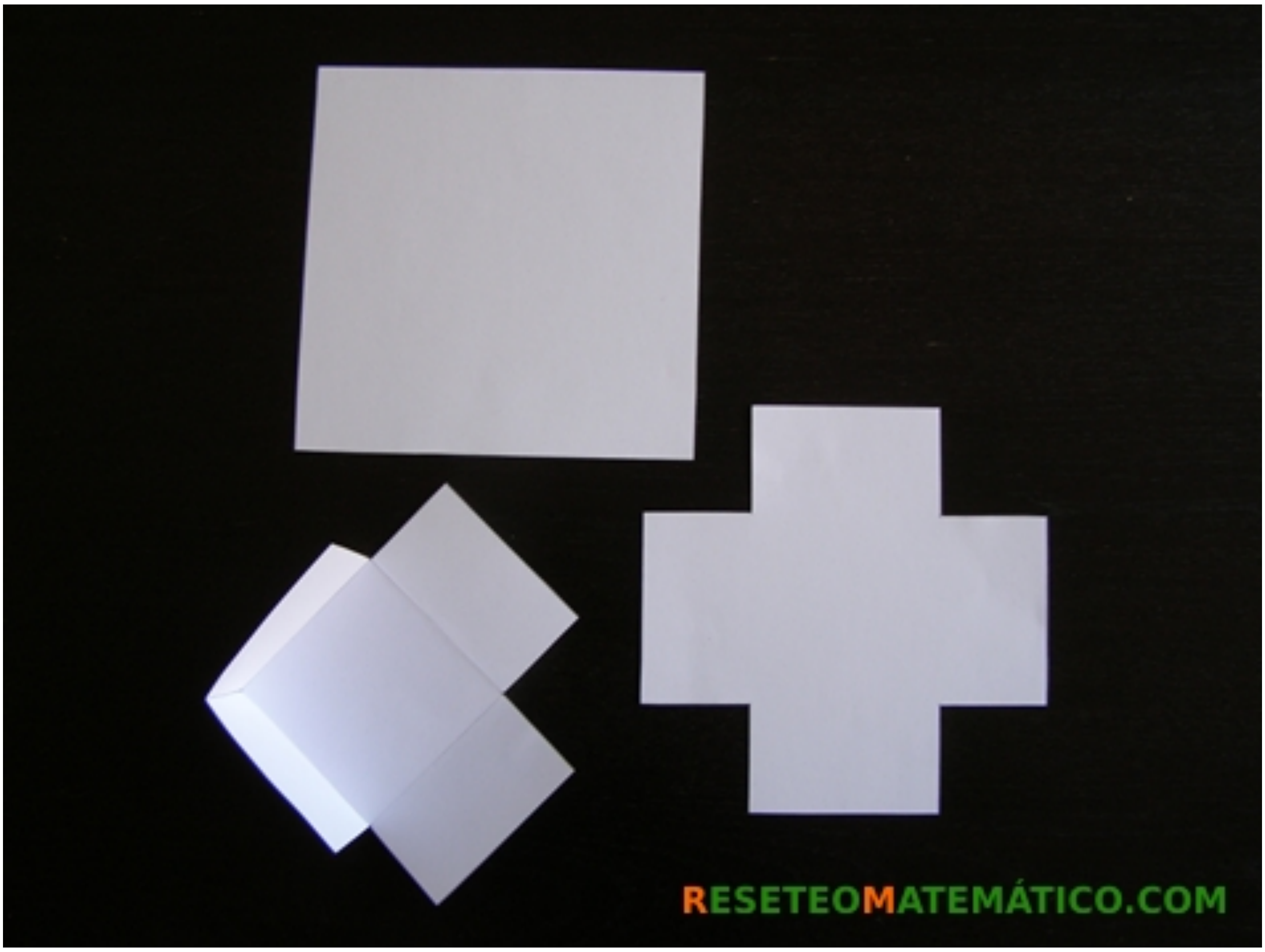
Si te animas a embarcarte en este proyecto, ten en cuenta que la información relevante está dividida en tres entradas. En esta primera doy una somera descripción del proyecto y a continuación me centro en su carácter multinivel.

La siguiente entrada, titulada Proyecto Caja Abierta: Manos a la Obra incluye las distintas fases del proyecto, con los imprimibles (hoja de trabajo, evaluación) para llevarlo a cabo.

Por último, en la tercera y última entrada de la serie, titulada Proyecto Caja Abierta: Manipulativo os propondré una forma de incluir la manipulación en el proyecto.

Construcción de la caja

En la imagen puedes ver cómo se monta el tipo de caja sin tapa con el que vamos a trabajar.



Cuadrado de 15 cm de lado, cuadrado con esquinas recortadas y caja a medio montar
Empieza con un cuadrado de papel o cartulina de 15 cm de lado. Recorta cuatro cuadraditos iguales en las cuatro esquinas. Pliega dejando una base cuadrada. Une los lados de los rectángulos con celo para que estos hagan de paredes de la caja. Ya tienes una de tus cajas sin tapa.

Trabajo para los estudiantes

Las instrucciones para dar a los estudiantes se podrían escribir así:

Partimos de un cuadrado de 15 cm de lado.

¿Cómo cambia la capacidad de la caja abierta que formamos a partir de él, según el lado del cuadrado pequeño que recortamos en cada esquina va creciendo?

Trabajad en grupos y haced un póster con vuestras conclusiones representándolas visualmente mediante dibujos, tablas, gráficas…

Preparad argumentos para convencer a los demás de que vuestras conclusiones son válidas.

Puedes conseguir ya aquí la hoja de trabajo en formato pdf.

Agrupamientos

Recomiendo que los grupos sean de tres estudiantes. Y si fuera necesario, alguno de cuatro.

Para mi lo ideal es que los grupos incluyan estudiantes con diferentes niveles de motivación, de ambos sexos y con distintas formas de afrontar los problemas matemáticos. Quiero decir, una persona que sigue más las estrategias aprendidas y lo calcula todo pacientemente se beneficiará de trabajar con otro que tira más de intuición y hace estimaciones . Y viceversa.

Temporalización

Alrededor de cinco sesiones. Puede parecer mucho a priori. Sin embargo, si das realmente tiempo a los alumnos para investigar (incluso manipular) necesitarán unas dos sesiones. Si además llevas a cabo las fases del proyecto que detallo en la siguiente entrada (confección de póster, discusión, puesta en común y evaluación) comprobarás que unas cinco sesiones son necesarias para todo el proyecto.

Edades

De 8 a 108 años de edad. No es del todo una broma ya que este proyecto permite muy diferentes desarrollos. Puede ser trabajado a nivel de primaria, secundaria, bachillerato y, por supuesto, con adultos. Encontrarás la explicación en el siguiente apartado.

Multinivel

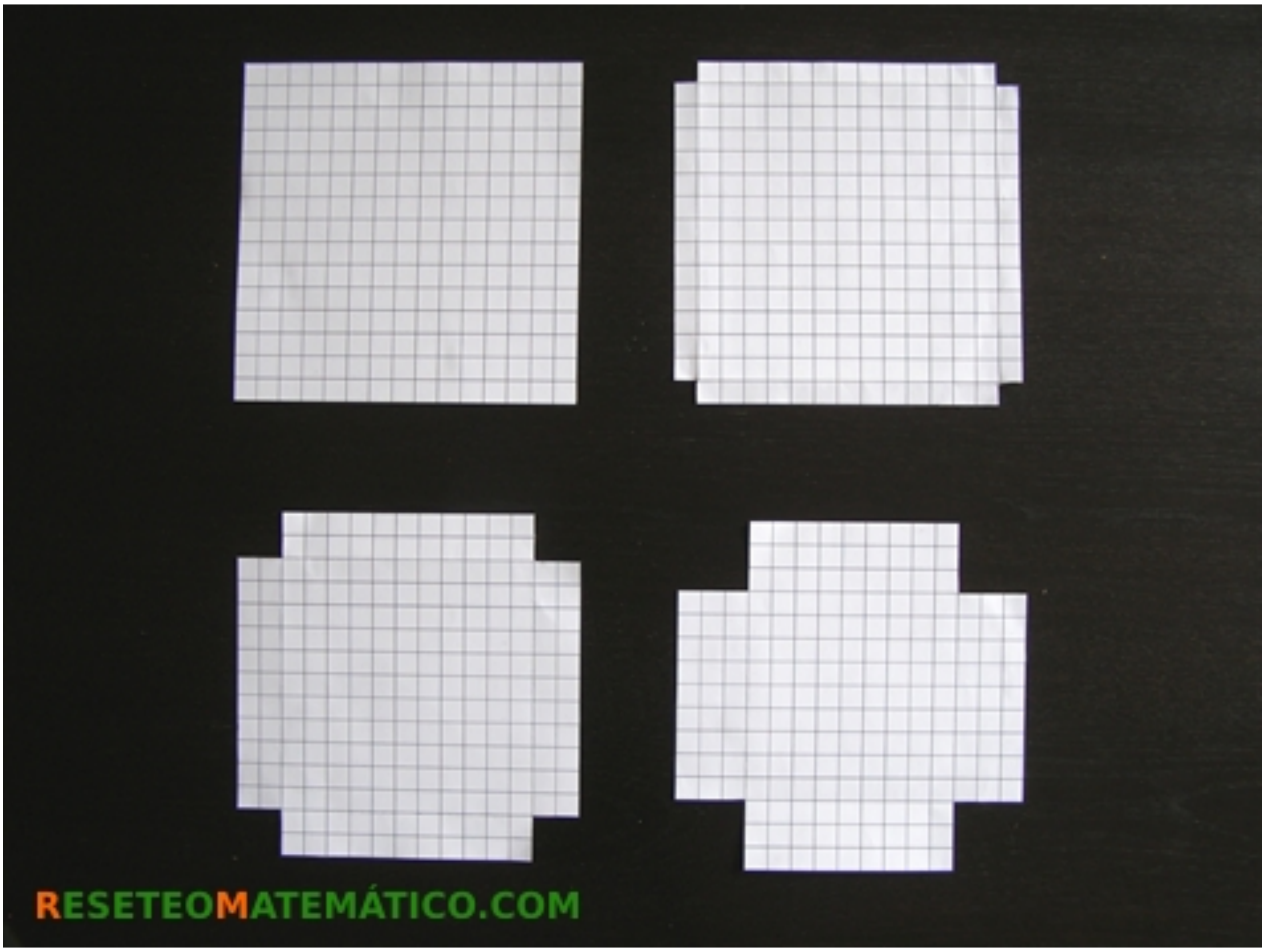
Digo que este proyecto es multinivel porque, desde mi punto de vista, permite que personas de diferentes edades y diferentes experiencias previas con las matemáticas puedan avanzar en su aprendizaje.

Para explicarte el párrafo anterior te propongo un juego. Te propongo que te pongas en el lugar de esa profesora con estudiantes de entre 8 y 108 años. Ella presenta este proyecto y ¿qué enfoques diferentes aparecerían? ¿Qué trabajos diferentes harían los distintos grupos?

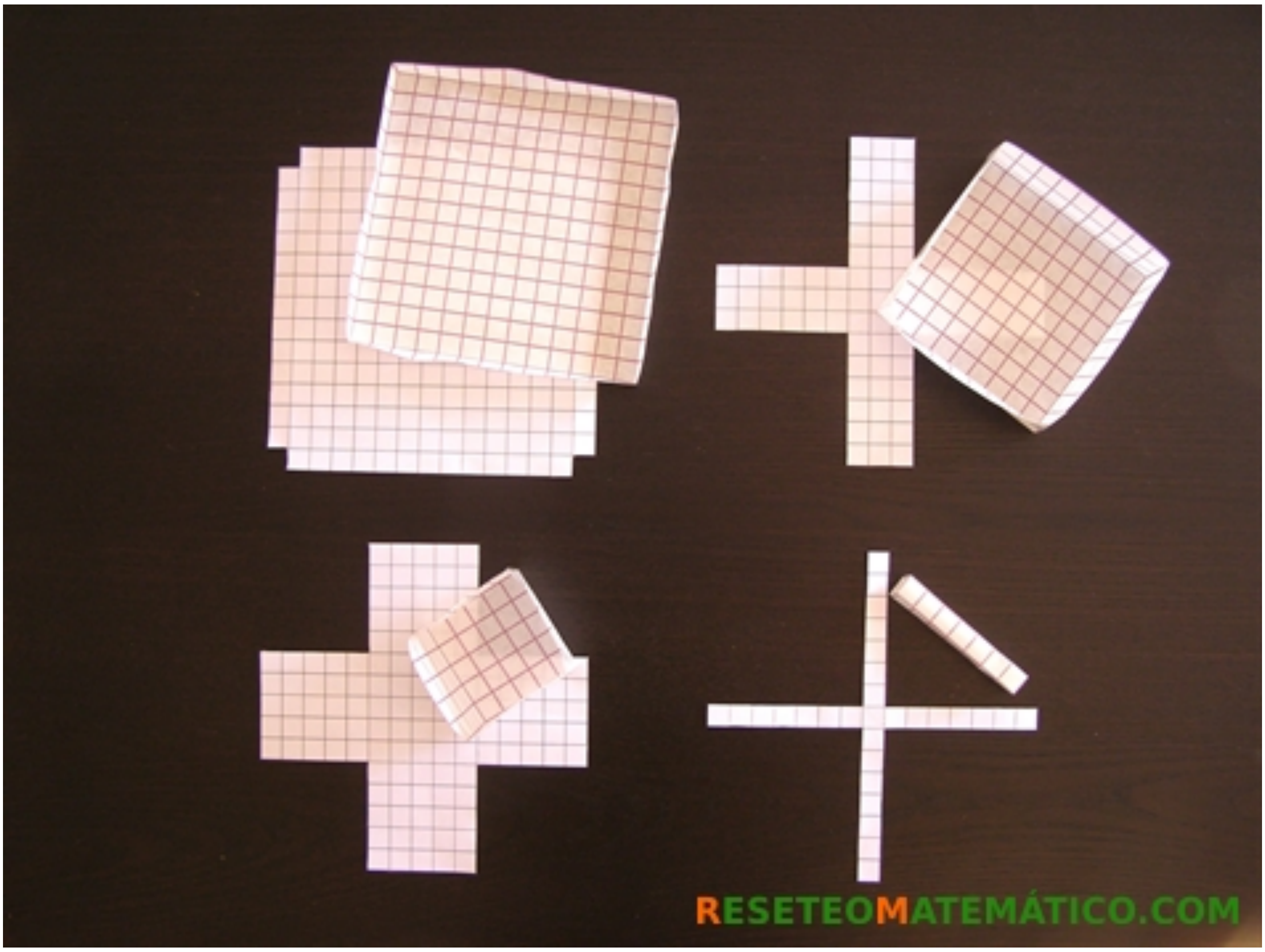
Describo a continuación algunos de ellos.

Manipulativo

Estudiantes que hacen el estudio manipulativo de las cajas de recortes 1×1, 2×2, 3×3 cm y llegan a la conclusión de que el volumen crece según el recorte aumenta de tamaño. Expresan sus conclusiones visualmente con fotografías.



Cuadrado de 15×15 cm sin recortes y con recortes de 1×1, 2×2 y 3×3 cm
Otros que montan unas cuantas cajas, e imaginan cómo serían las demás y concluyen que el volumen crece hasta que el recorte es de 3×3 cm y que disminuye según el recorte sigue creciendo.



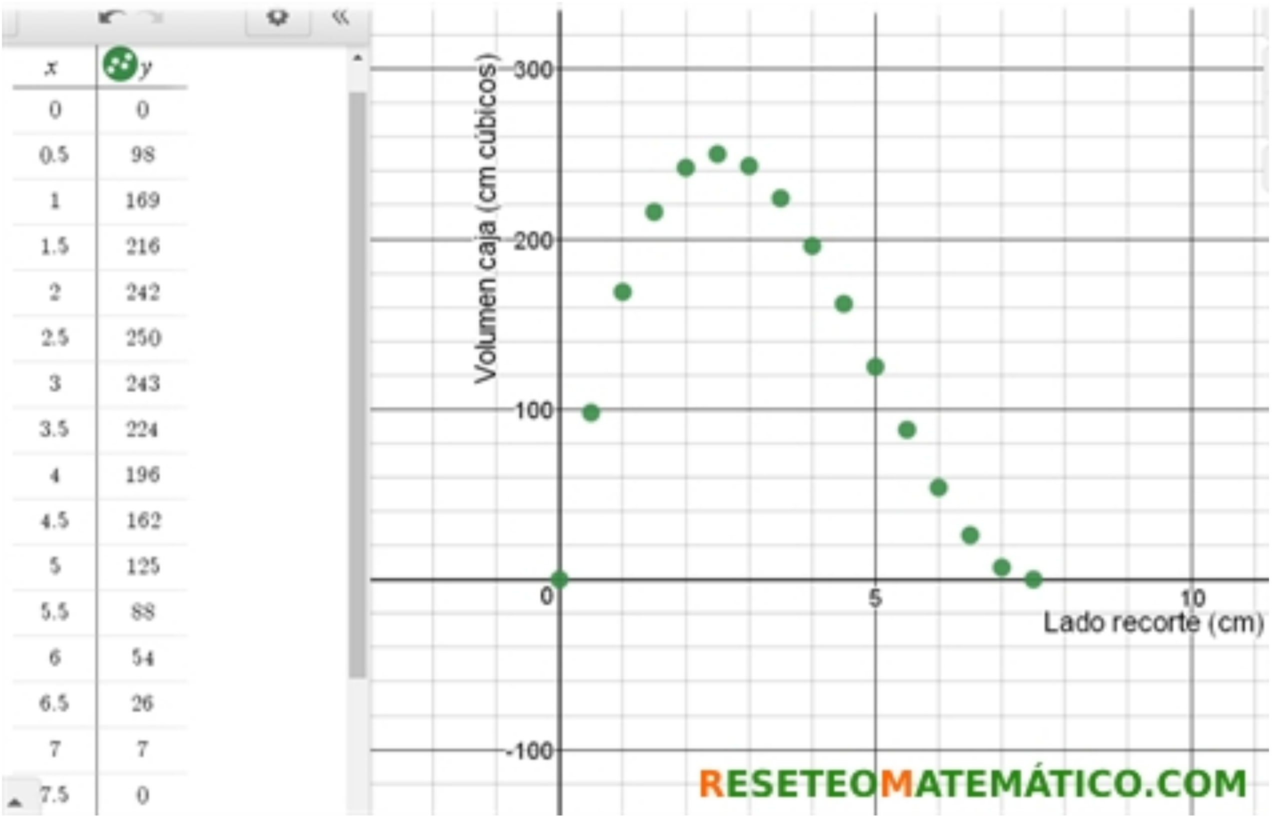
Cuadrados con recortes de 1×1, 5×5, 6×6, 7×7 cm y cajas abiertas correspondientes

Estudio exhaustivo de casos

Grupos que no manipulan y que trabajan con dibujos. E incluyen en su estudio los casos en los que recortamos cuadraditos de 0.5 cm, 1.5 cm, 2.5 cm … de lado. Su conclusión es que el volumen es máximo para el recorte de 2.5 cm.

Representación gráfica

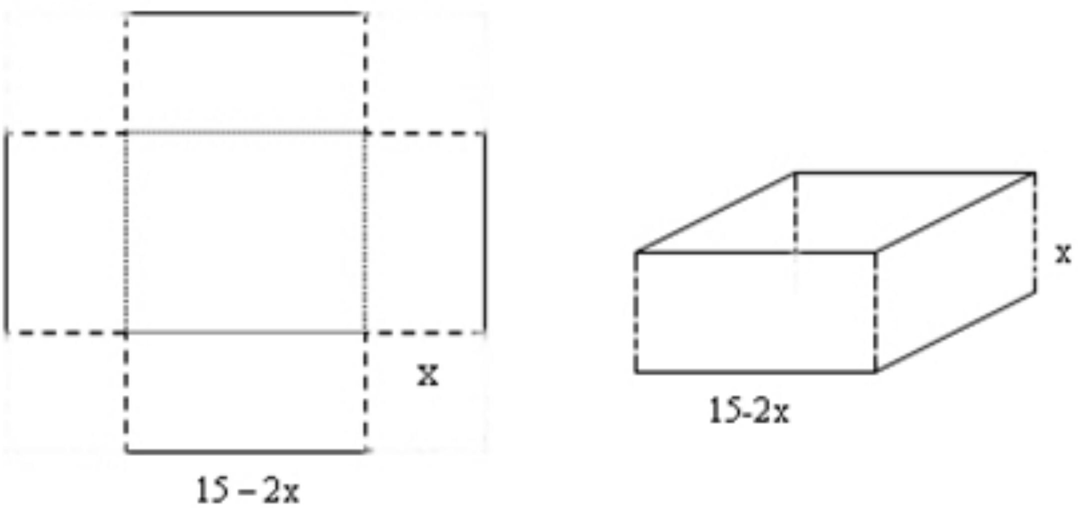
Otros que hacen el estudio del punto anterior y además, para representar visualmente sus descubrimientos utilizan una tabla y una gráfica. Las que muestro aquí están elaboradas con desmos.com.



x	y
0	0
0.5	98
1	169
1.5	216
2	242
2.5	250
3	243
3.5	224
4	196
4.5	162
5	125
5.5	88
6	54
6.5	26
7	7
7.5	0

Variación del volumen de la caja en función del lado del recorte representado por tabla y gráfica
Algebraico

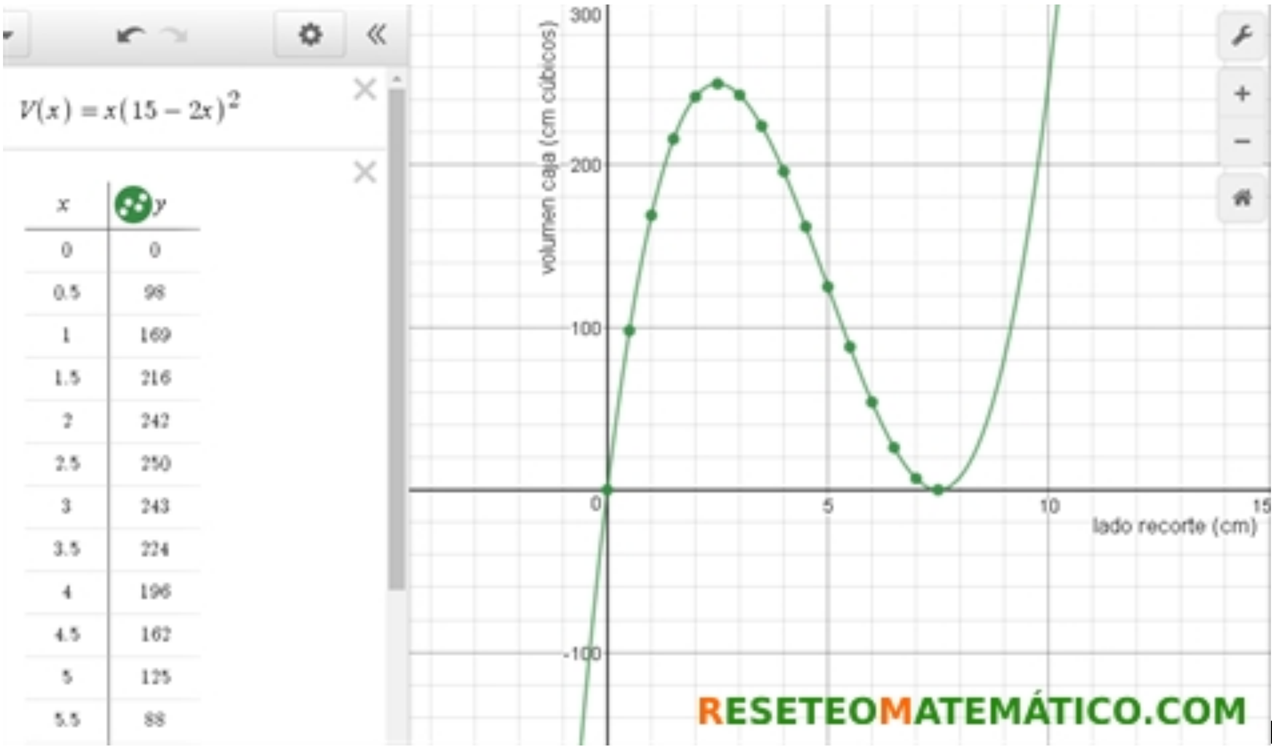
Estudiantes que identifican que en esta situación varía el lado del recorte y usan un símbolo (puede ser x u otro cualquiera) para referirse a cualquiera de sus valores. Identifican también que según varía el lado del recorte, x, varía también el volumen de la caja y usan un símbolo (por ejemplo V) para referirse a cualquiera de los valores del volumen. Y escriben las operaciones que hay que hacer con x para obtener V. Es decir, la fórmula del volumen en función de x.



RESETEOMATEMÁTICO.COM

$$V(x) = (15-2x)^2 \cdot x$$

Volumen, V, de la caja en función del lado del recorte, x.
Y lo representan gráficamente.



Fórmula del volumen, tabla y gráfica.
Para mostrar a un grupo estos dibujos y gráficas utiliza este fichero para proyectar en formato pdf.

Derivadas

Estudiantes que además de hallar la expresión algebraica del volumen, conocen el significado de la derivada y lo aplican para hallar el máximo de la función volumen así como sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

Derivadas sucesivas

Grupos que comprenden el significado de las derivadas sucesivas, hallan la derivada segunda de la función volumen para demostrar que, efectivamente, con un recorte de 2.5×2.5 cm, el volumen es máximo y no mínimo y con un recorte de 7.5×7.5 cm, el volumen es mínimo y no máximo.

Claro que esta situación es imposible. Nadie se enfrenta a un grupo con tantos niveles diferentes, ¿o sí?

Reflexión

Aquí van dos preguntas más para la reflexión: *¿Crees que alguno de estos grupos ha aprendido poco con su trabajo de investigación?* *¿Piensas que habrían aprendido más si se les hubiera negado la posibilidad de manipulación, o la posibilidad de explorar casos concretos, y se hubiera obligado a todos los grupos a realizar el estudio algebraico?*

Gracias a

- Investigando las Matemáticas. Libro 4. Robert Fisher y Alan Vince,1990. Ediciones AKAL. ISBN 84-7600-577-6. Página 41.

- Alberto Velasco (I.E.S. Galileo Galilei Alcorcón). Suya fue la idea de ampliar el proyecto que aparece en el libro arriba referido hasta incluir el desarrollo algebraico (función volumen y derivadas).
- Map.mathshell.org, por las fases del proyecto y los ejemplos de evaluación para el aprendizaje.
- desmos.com, por su interfaz de fácil uso para realizar tablas y gráficas online.
- Jo Boaler, por su curso online de Stanford How to Learn Math, en especial por su paradigma de la capacidad matemática en desarrollo.

Proyecto caja abierta: manos a la obra

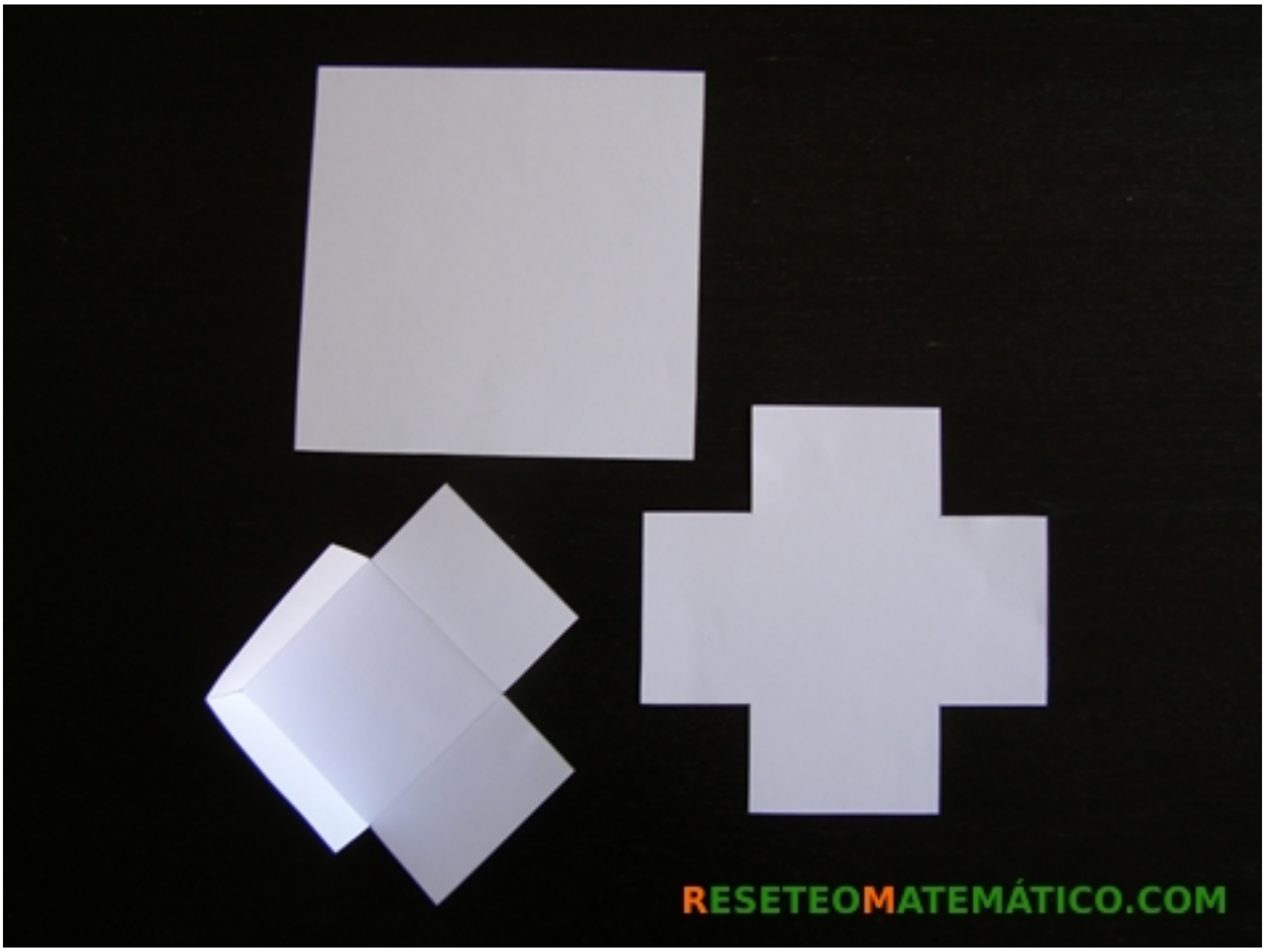
En la entrada anterior, titulada Proyecto Caja Abierta: Multinivel hice una somera descripción del proyecto, explayándome en el hecho de que se trata de un proyecto multinivel.

En la siguiente entrada, titulada Proyecto Caja Abierta: Manipulativo, encontrarás una propuesta para trabajar este proyecto con materiales manipulativos.

A continuación detallo cada una de las fases del desarrollo del proyecto en el grupo y aporto los materiales necesarios (hoja de trabajo, evaluación) para llevarlo a cabo.

Presentación al grupo

Muestra un cuadrado de papel o cartulina de 15 cm de lado. Y otro de igual tamaño, pero con un cuadrado más pequeño cortado en cada esquina. Pliega este último para formar una caja sin tapa (dejando una base cuadrada y de tal manera que los rectángulos hagan de paredes de la caja). Es importante que hagas esto delante de los estudiantes para que puedan comprender la situación de la que estás hablando.



Cuadrado de 15 cm de lado, cuadrado con esquinas recortadas y caja a medio montar

Pregunta

¿Cómo cambia la capacidad de la caja, según el lado del cuadrado pequeño que recortamos en cada esquina va creciendo?

Hipótesis

Pide que lancen hipótesis. Alguien podría decir: "Según recorte cuadraditos más grandes, me quedará menos papel, con lo cual la capacidad de la caja será menor". Registra las hipótesis que han lanzado para comentar posteriormente, cuando hayan investigado y llegado a sus conclusiones.

Hoja de trabajo

Las instrucciones para los estudiantes se podrían escribir así:

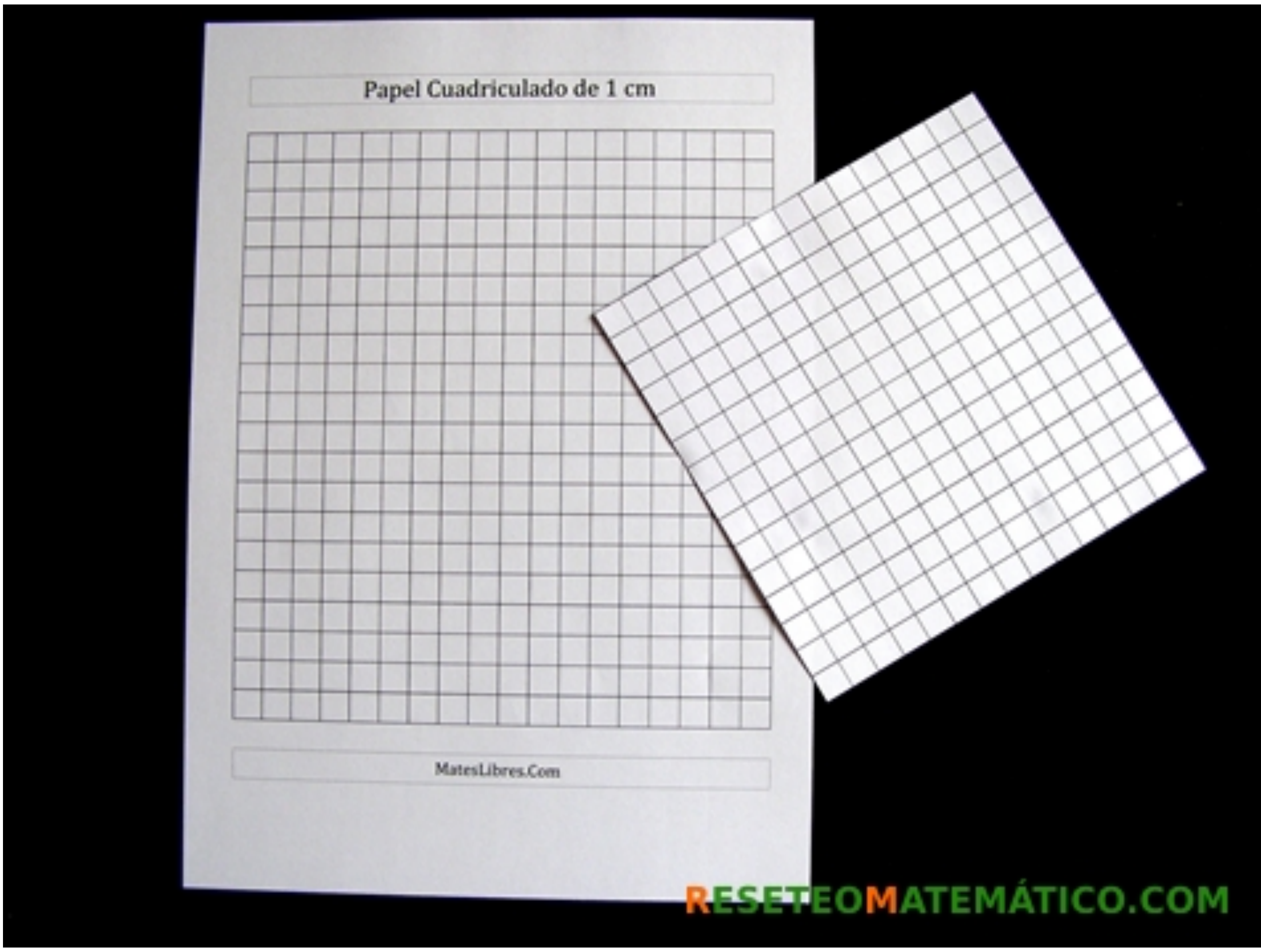
Partimos de un cuadrado de 15 cm de lado. ***¿Cómo cambia la capacidad de la caja abierta que formamos a partir de él, según el lado del cuadrado pequeño que recortamos en cada esquina va creciendo?*** *Trabajad en* ***grupos*** *de tres y haced un* ***póster*** *por grupo con vuestras conclusiones representándolas visualmente mediante* ***dibujos***, ***tablas***, ***gráficas***… *Preparad* ***argumentos*** *para convencer a los demás grupos de que vuestras conclusiones son válidas.*

Puedes encontrar aquí la hoja de trabajo en formato pdf.

Uso de materiales manipulativos

Ofrece materiales para permitir un acercamiento manipulativo al problema. Os daré más detalles en la próxima entrada:

- Papel cuadriculado de 1cm
- Cuadrados cuadriculados recortados de 15 x15 cm de lado



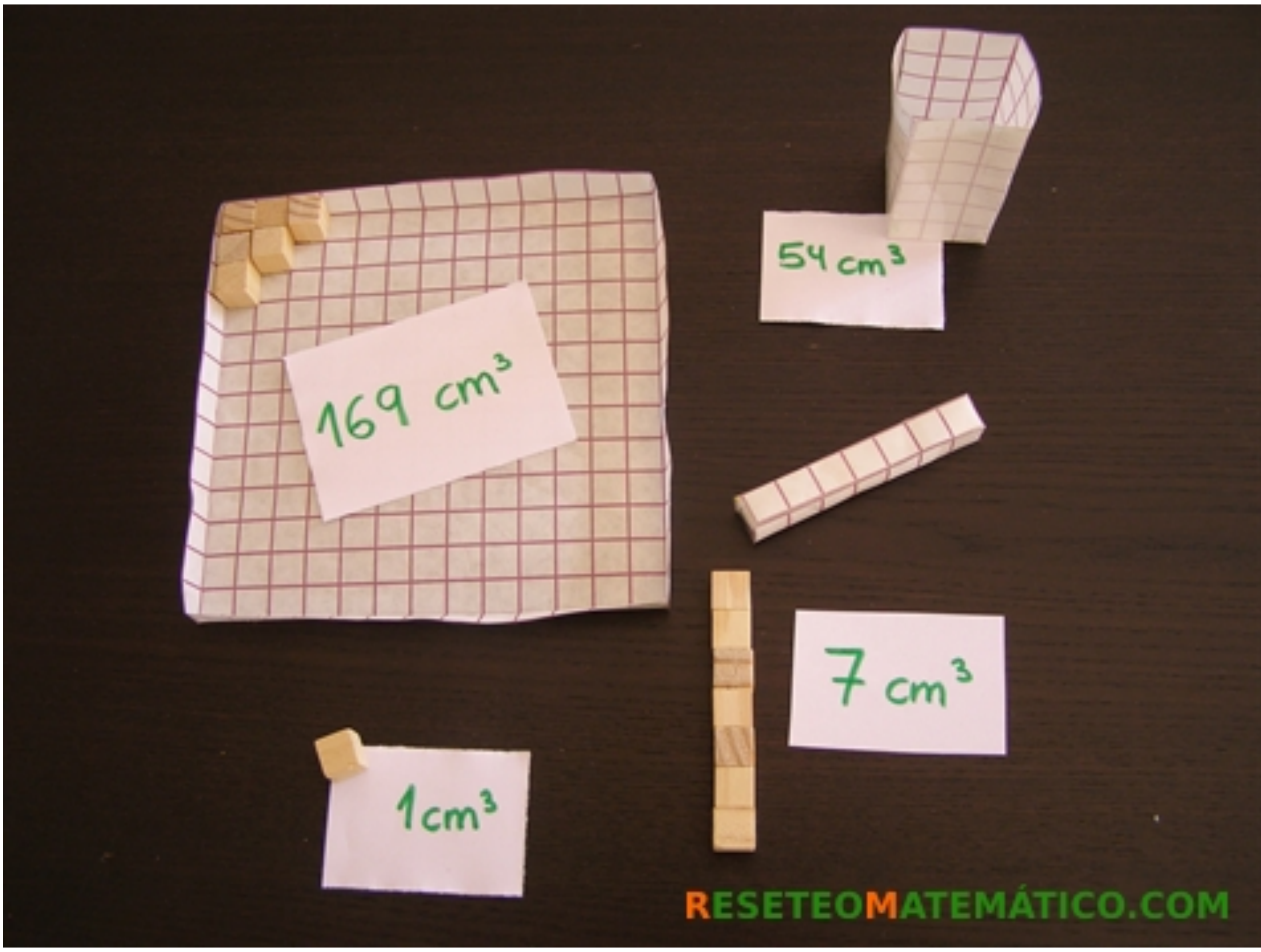
Papel cuadriculado de 1cm imprimible. ¡Cuidado con la escala de impresión! Debe ser 100%

- Regletas unidad (centímetros cúbicos)

Las regletas unidad de 1 cm de arista son centímetros cúbicos

Investigación (2 sesiones)

Algunas personas simplemente dibujarán en un papel. Otras querrán construir algunas cajas con recortes cada vez más grandes y meter regletas unidad para medir la capacidad de la caja. Quizá alguien hará únicamente cálculo mental.



Cajas de recortes 1×1, 6×6 y 7×7 cm con sus capacidades

Independientemente del acercamiento al problema que se haga, la investigación lleva tiempo, mucho más que escuchar lo que otro ha investigado y descubierto. Por esta razón he asignado dos sesiones a esta fase del proyecto.

Preguntas

Durante el proceso de investigación observa atentamente todos los diálogos que se produzcan en los grupos. Si algún grupo se encuentra bloqueado puedes lanzar preguntas como:

¿Crees que cabría la misma cantidad de agua en la caja que resulta de cortar cuadraditos de 1cm de lado que en la que resulta de cortar cuadraditos de 7cm de lado?

¿Cuántos centímetros cúbicos caben en la caja que resulta de cortar cuadraditos de 1cm de lado?

Elaboración del póster (1-2 sesiones)

Anima a los estudiantes a utilizar representaciones visuales (dibujos, tablas y gráficas) para preparar su póster. En la hoja de trabajo se menciona expresamente pero no está de más recordarlo.

Cada grupo presenta un único póster, con lo que necesitarán tiempo para ponerse de acuerdo sobre qué plasmar y cómo. Por esta razón asigno a esta fase 1-2 sesiones.

Es importante exigir que todos los integrantes del grupo comprendan y puedan defender las conclusiones que aparecen en su póster.

Convence a un escéptico (1/2 – 1 sesión)

Un estudiante de cada grupo va a ver el póster de otro grupo y pide explicaciones sobre todo aquello con lo que no esté de acuerdo o no entienda. Los que se quedan con su póster dan sus explicaciones y argumentos para defender la conclusión a la que ha llegado su grupo. Esto se repite varias veces y se intercambian las funciones de tal manera que cada alumno vea y comente varios carteles y defienda el suyo también.

Puesta en común en el grupo completo (1/2 sesión)

Si centramos la atención en una única respuesta que consideramos correcta, no todos los grupos se animarán a participar. Por el contrario, te animo a centrar la conversación en la estrategia seguida por los diferentes grupos y en lo que han aprendido a cerca del volumen de una caja. Esto fomenta la participación de todos los grupos.

Para ello puedes formular preguntas como estas:

¿Qué habéis hecho para averiguar cómo depende el volumen de la caja del lado del cuadradito que recortamos?

¿Qué habéis aprendido en relación al volumen de una caja?

Comenta, mostrando algunos de los pósters, o explica, si es necesario, las diferentes formas que los estudiantes han utilizado para representar la información: tablas, gráficas, fórmulas…

Compara las soluciones que aparecen en los pósters con las hipótesis que lanzaron antes de comenzar la investigación.

Evaluación para el aprendizaje (evaluación formativa) (1/2 sesión)

Una vez que la puesta en común ha terminado, propón a los estudiantes que realicen, en el mismo grupo en el que han trabajado, una autoevaluación.

Cómo llevar a cabo la Evaluación para el Aprendizaje

Cada grupo comenta y selecciona, de las frases que aparecen en el apartado siguiente, aquellas que tienen sentido para ellos.

¡Importante! Estas frases recorren todo el rango de niveles que incluye el proyecto. Queda a criterio de la persona que lo propone, el descartar aquellas que no proceden. Por ejemplo las relativas a estudio algebraico en un grupo de niños de 7 a 9 años.

Para ello puedes encontrar aquí el documento de evaluación para el aprendizaje en formato LibreOffice. Descárgatelo y adáptalo a las necesidades del grupo .

Frases para la Autoevaluación

- *Tenemos una imagen mental de cómo es un centímetro de largo y cuánto ocupa un centímetro cúbico.*
- *Comprendemos que la capacidad o el volumen de una caja en centímetros cúbicos es el número de cubitos de centímetro cúbico que podemos meter dentro (idealmente).*
- *Entendemos la diferencia entre longitud y volumen y podemos explicarlo con nuestras propias palabras.*
- *Comprendemos que el volumen de una caja abierta depende de la medida del lado del cuadrado pequeño que cortamos en las esquinas.*
- *Sabemos que el volumen es nulo (cuando el recorte mide 0 cm), después aumenta hasta__________ (cuando el recorte es de ______ cm de lado) y disminuye hasta cero (cuando el recorte mide ______ cm de lado).*
- *Conocemos el máximo volumen que es __________. Se consigue cortando cuadraditos de __________cm de lado en cada esquina.*

Representación

- *Podemos escribir una tabla para recoger las distintas medidas de los cuadraditos recortados y los volúmenes de las cajas correspondientes.*
- *Sabemos realizar una gráfica para la medida del lado del cuadradito y el volumen de la caja.*

Estudio algebraico

- *En este proyecto va cambiando el lado del recorte que hago. Así que puedo utilizar un símbolo, por ejemplo x, para referirme a cualquier valor del lado del recorte. Según cambia x, cambia también el volumen de la caja. Puedo utilizar V para referirme a cualquier valor del volumen.*
- *Podemos escribir las operaciones que hago con el lado del recorte para hallar el volumen de la caja. Es decir, puedo hallar la fórmula del volumen en función del lado del recorte.*
- *La fórmula obtenida para el volumen supera ciertas comprobaciones como que para recorte 1cm, el volumen es 169 centímetros cúbicos, para recorte 7cm, el volumen es 7 centímetros cúbicos, o que para recorte 7.5 cm el volumen es nulo.*

Derivadas

- *Puedo comprobar que para recortes de 2.5 cm y de 7.5 cm: – la pendiente (inclinación) de la tangente a la gráfica del volumen es 0 – la derivada del volumen vale 0*
- *La pendiente de la tangente a la gráfica del volumen para un valor del recorte coincide con la derivada del volumen para ese valor del recorte.*

Derivadas sucesivas

- *Como en 2.5 cm el volumen es máximo, la pendiente de la tangente (derivada primera) en 2.5 cm está disminuyendo (era positiva, a la izquierda de 2.5 cm, es nula en 2.5 cm y negativa a la derecha), entonces la derivada segunda del volumen en 2.5 cm es negativa.*

¿Estás pensando en recortar el proyecto?

Me parece importante que tengas en cuenta que el aprendizaje de un estudiante con este proyecto se produce durante todas las fases: con los diálogos entre compañeros en la investigación , viendo pósters de otros, defendiendo sus ideas para convencer a un escéptico, en la puesta común en el grupo completo e incluso reflexionando en grupo en el momento de la evaluación.

Conozco las limitaciones con las que nos encontramos los profesores en las aulas. Aun así, considero que el proyecto queda cojo sin la parte de colaboración, discusión, puesta en común y evaluación para el aprendizaje.

Conseguir los materiales

- Papel cuadriculado de 1cm en formato pdf : Mateslibres.com
- Centímetros cúbicos (también llamados regletas unidad) disponibles en tiendas online de materiales manipulativos.
- Las cajas montadas que aparecen en la foto están hechas con forro adhesivo con el revés cuadriculado en centímetros cuadrados. Puedes encontrarlo en papelerías. Sin embargo, no lo recomiendo como material, porque se recorta con dificultad.

Gracias a

- Investigando las Matemáticas. Libro 4. Robert Fisher y Alan Vince,1990. Ediciones AKAL. ISBN 84-7600-577-6. Página 41.
- Alberto Velasco (I.E.S. Galileo Galilei Alcorcón). Suya fue la idea de ampliar el proyecto que aparece en el libro arriba referido hasta incluir el desarrollo algebraico (función volumen y derivadas).
- Map.mathshell.org por la estructura del proyecto y los ejemplos de evaluación par el aprendizaje.
- Sara Barceló y Nicolás Peña por su atención y comentarios.
- Jo Boaler por su curso online de Stanford How to Learn Math. En especial por su paradigma de la capacidad matemática en desarrollo.

Proyecto Caja Abierta: Manipulativo

¿Te gustaría trabajar manipulando, conceptos como longitud, capacidad, volumen y sus unidades?

El proyecto Caja Abierta da para esto y para mucho más. Me refiero a que con él se pueden trabajar también tablas, gráficas, e incluso funciones y derivadas. Por esta razón, la información relevante sobre este proyecto está dividida en tres entradas.

En la primera, titulada Proyecto Caja Abierta: Multinivel hice una descripción somera del proyecto incidiendo en que se trata de un proyecto multinivel.

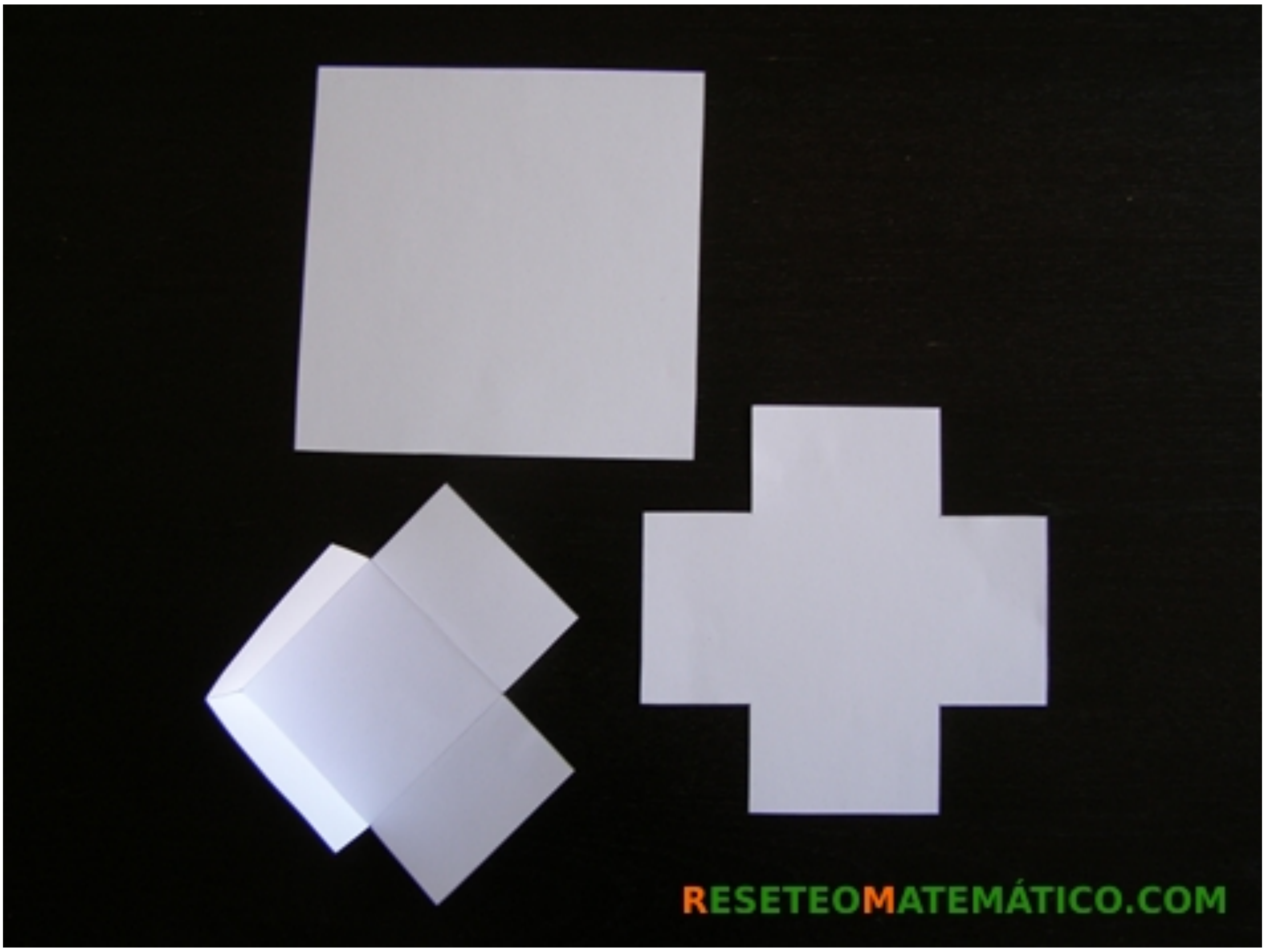
La segunda, llamada Proyecto Caja Abierta: Manos a la Obra, contiene el proyecto fase a fase con los materiales necesarios (hoja de trabajo, evaluación) para llevarlo a cabo.

En esta tercera entrada, tras una breve descripción del problema, propongo una forma de introducir la manipulación en el proyecto.

Breve descripción del proyecto

Construcción de la caja

En la imagen aparece cómo se monta el tipo de caja con el que vamos a trabajar.



Cuadrado de 15 cm de lado, cuadrado con esquinas recortadas y caja a medio montar
Empieza con un cuadrado de papel o cartulina de 15 cm de lado. Recorta cuatro cuadraditos iguales en las cuatro esquinas. Pliega dejando una base cuadrada. Une los lados de los rectángulos con celo para que estos hagan de paredes de la caja. Ya tienes una de tus cajas sin tapa.

Pregunta

La pregunta que vertebra todo el proyecto es la siguiente:

¿Cómo cambia la capacidad de la caja, según el lado del cuadrado pequeño que recortamos en cada esquina va creciendo?

Tienes también aquí la hoja de trabajo para los estudiantes.

Por qué ofrecer materiales manipulativos

Creo que una de las dificultades con las que se encuentran muchas personas ante un problema matemático es que no se imaginan la situación de la que se está hablando. En concreto, en nuestro proyecto, algunos estudiantes no se imaginarán, si no la ven (y quizá la tocan) la caja de la que estamos hablando.

Por otro lado creo que el aprendizaje parte de lo concreto para llegar a la abstracción. Gracias a haber visto o montado unas cuantas cajas, podrán imaginar otras.

Y por último, para mi es necesario ver, medir y tocar para adquirir nociones como longitud, área, volumen o capacidad.

Qué materiales ofrecer

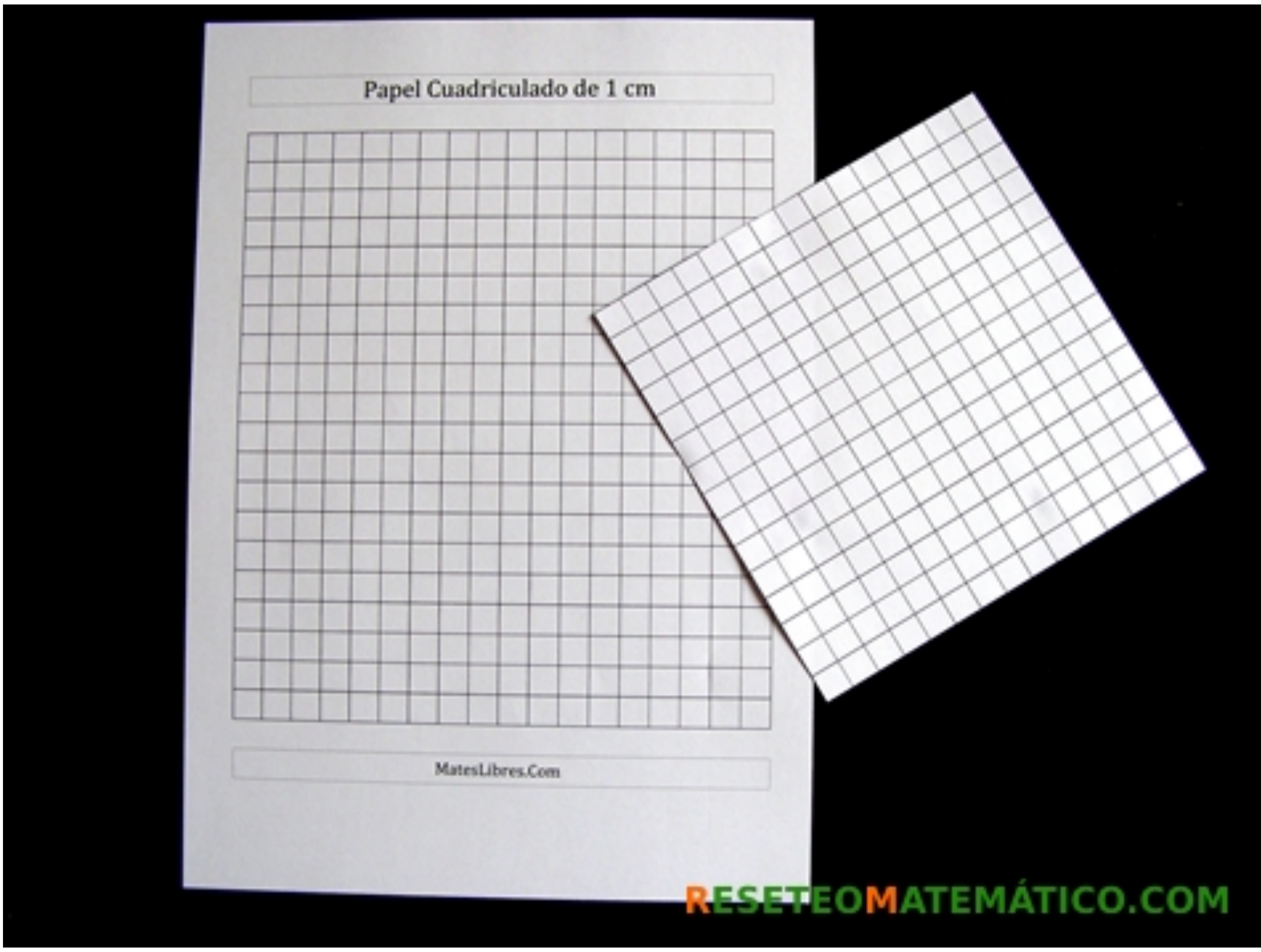
Materiales para comprender la situación

- Cuadrado en papel blanco de 15×15 cm de lado
- Cuadrado en papel blanco de 15×15 cm con los cuadraditos recortados en cada esquina
- Caja a medio montar

Con un juego de estos materiales que esté a la vista de todos será suficiente. Quizá alguna persona necesitará tocarlo.

Materiales para la fase de investigación

- Tijeras
- Celo
- Papel cuadriculado de 1cm
- Cuadrados cuadriculados de 15 x15 cm de lado



Papel cuadriculado de 1cm imprimible. ¡Cuidado con la escala de impresión! Debe ser 100%

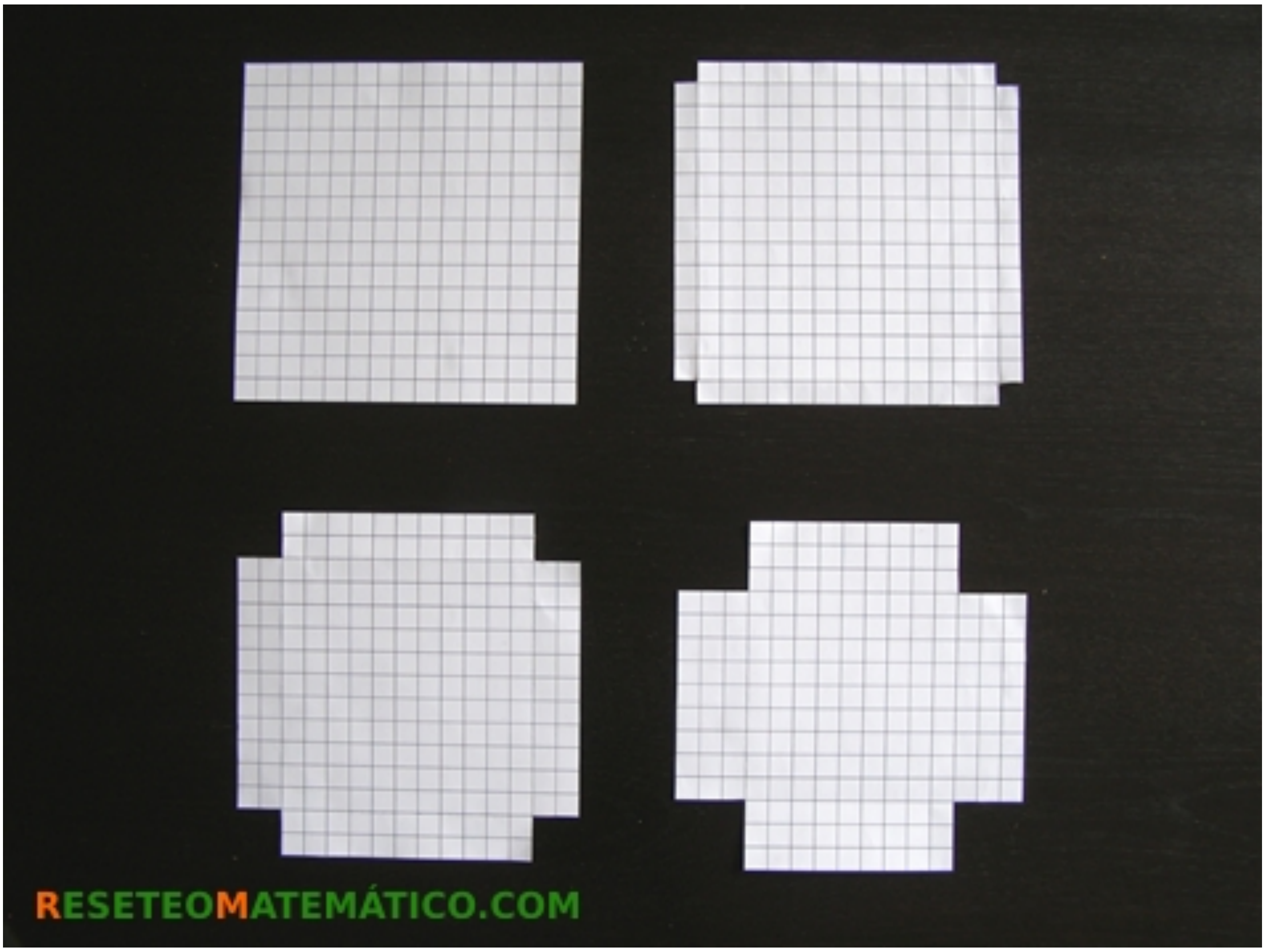
- Regletas unidad o unidades de base 10 (centímetros cúbicos)

Las regletas unidad de 1 cm de arista o las unidades de la base 10 son centímetros cúbicos

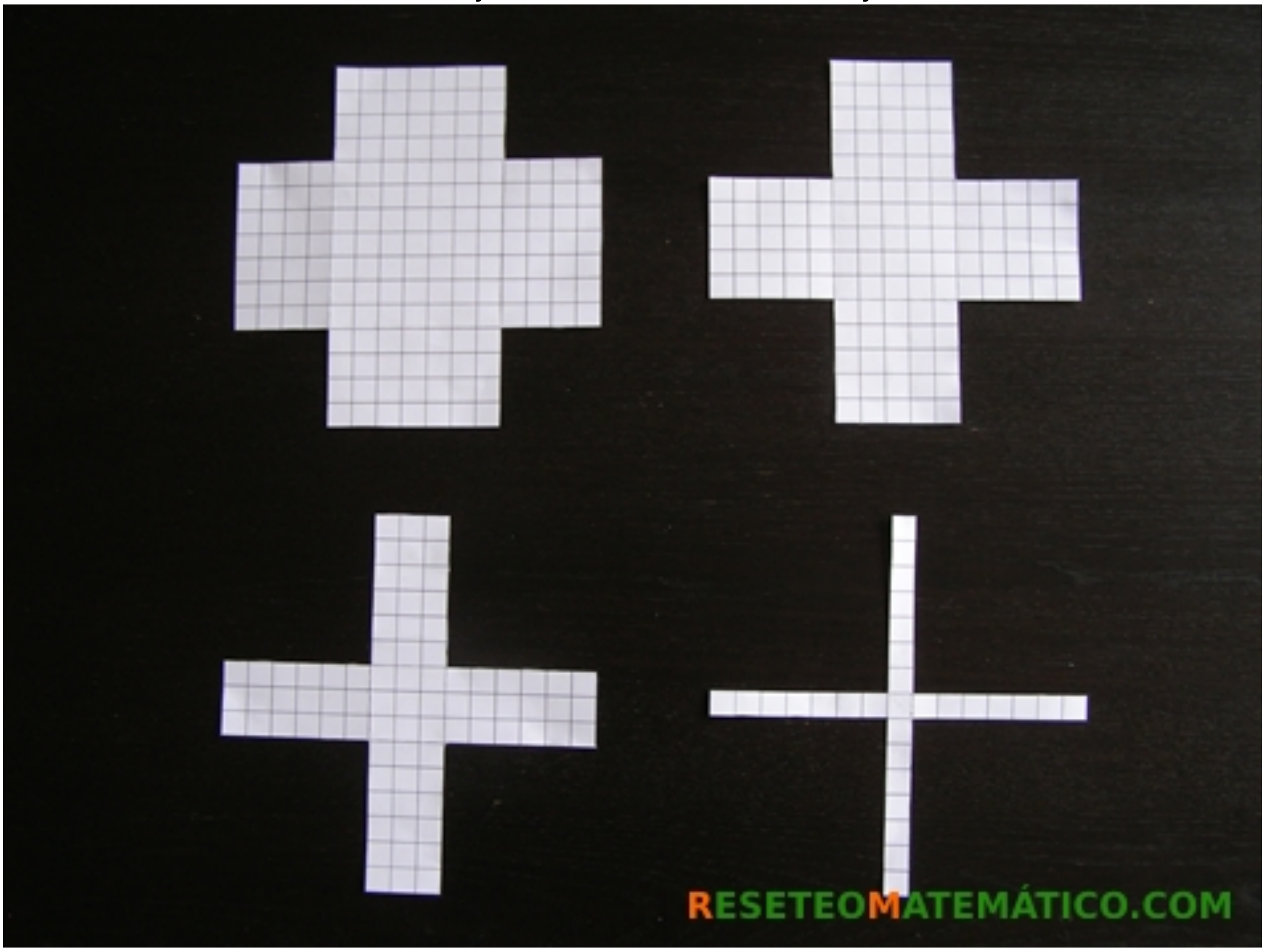
Propuestas de manipulación

Los estudiantes pueden usar los materiales para:

- cortar cuadraditos de diferentes tamaños en las esquinas de los cuadrados de 15 cm de lado:

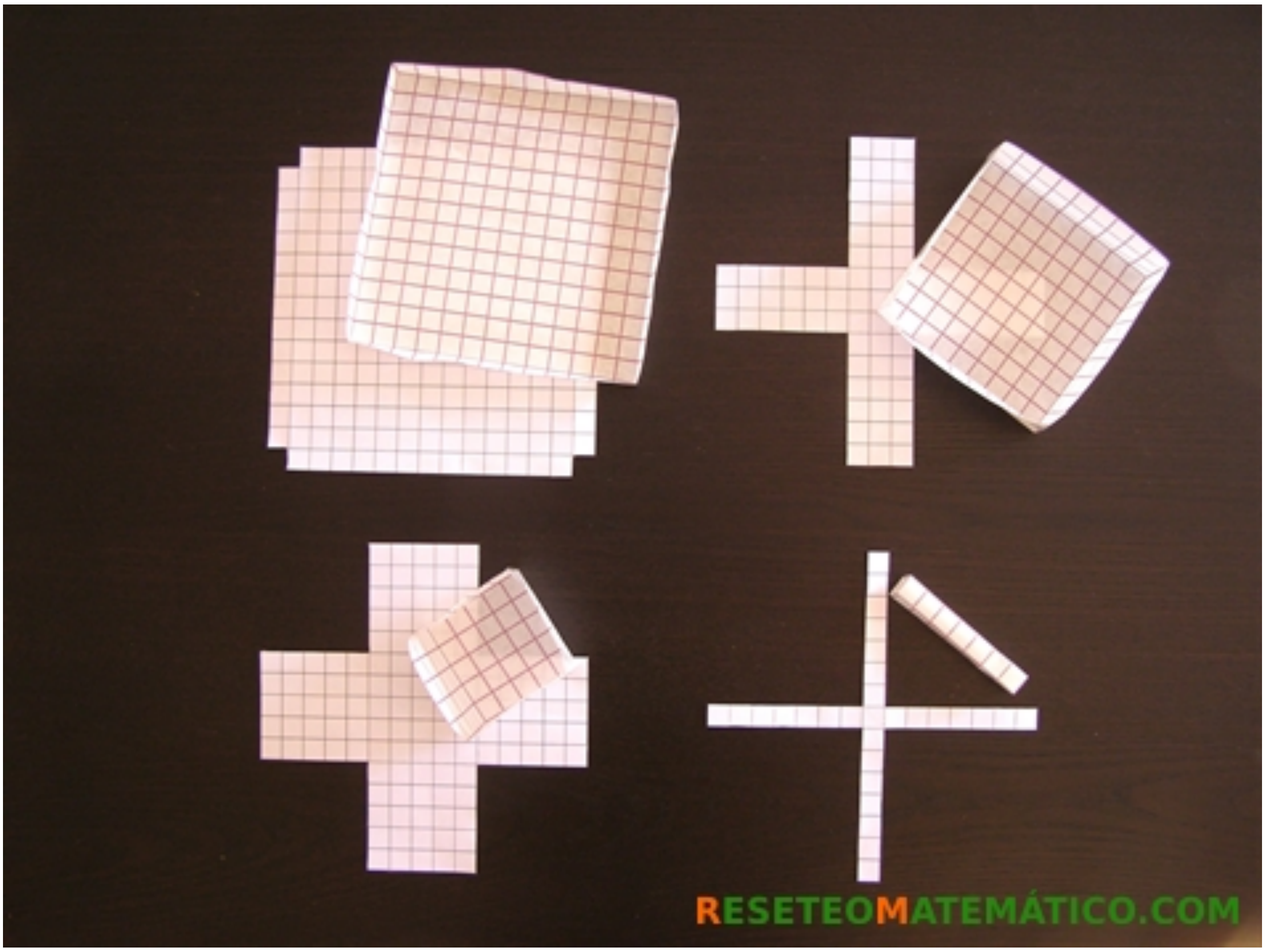


Cuadrado de 15×15 cm sin recortes y con recortes de 1×1, 2×2 y 3×3

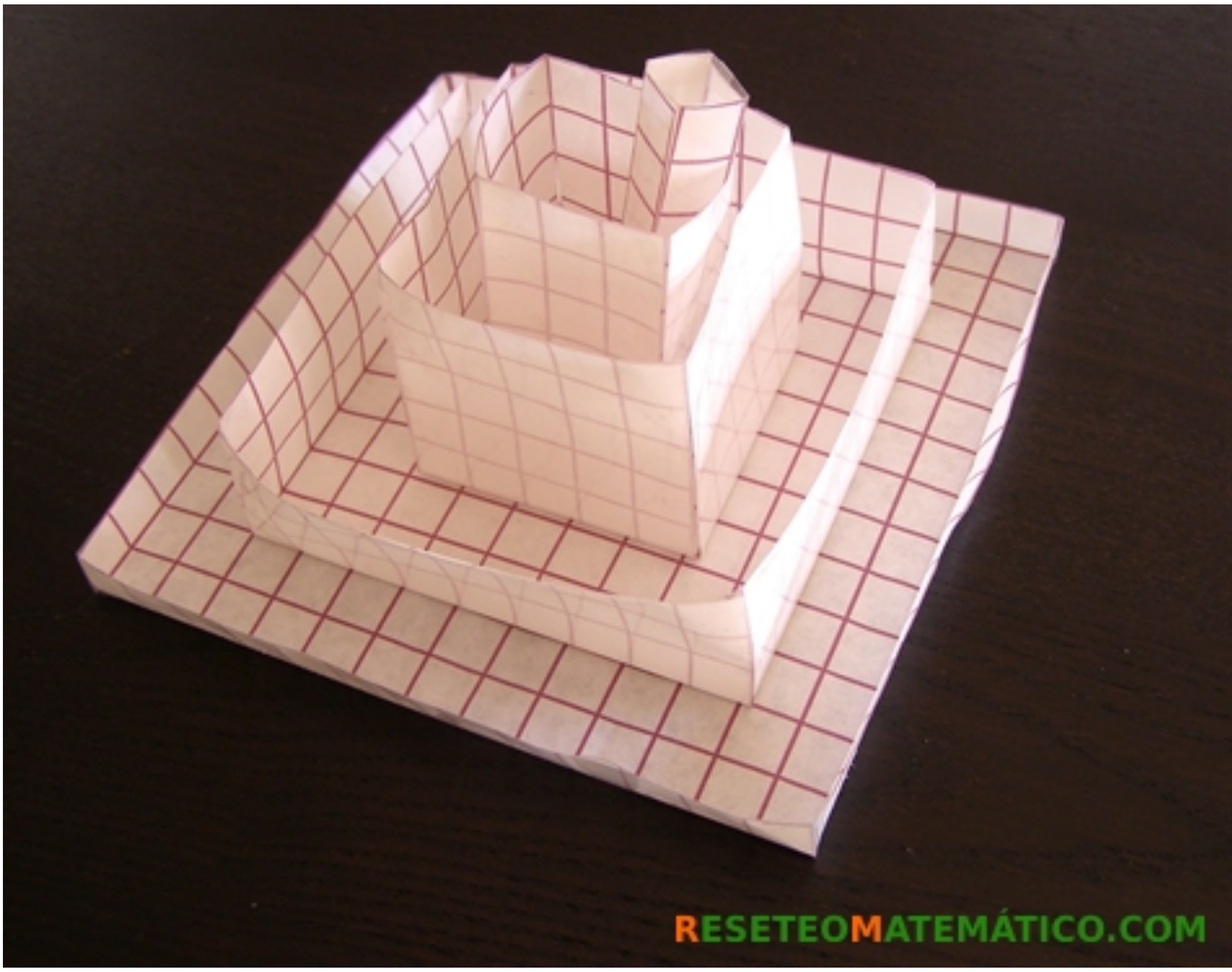
cm 

Cuadrados de 15×15 cm con recortes de 4×4, 5×5, 6×6 y 7×7 cm

- plegar para obtener cajas sin tapa:

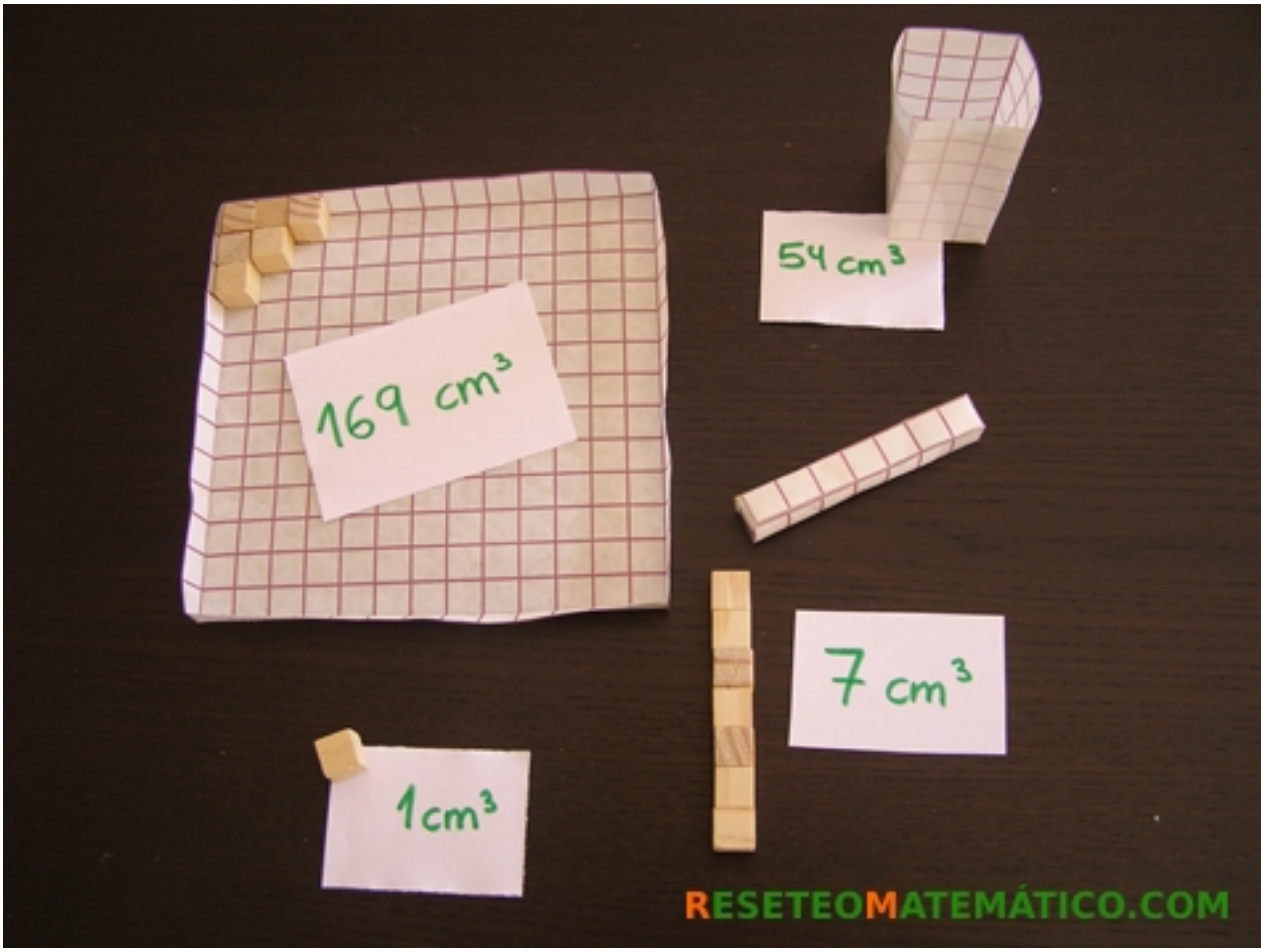


Cuadrados con recortes de 1×1, 5×5, 6×6, 7×7 cm y cajas abiertas correspondientes

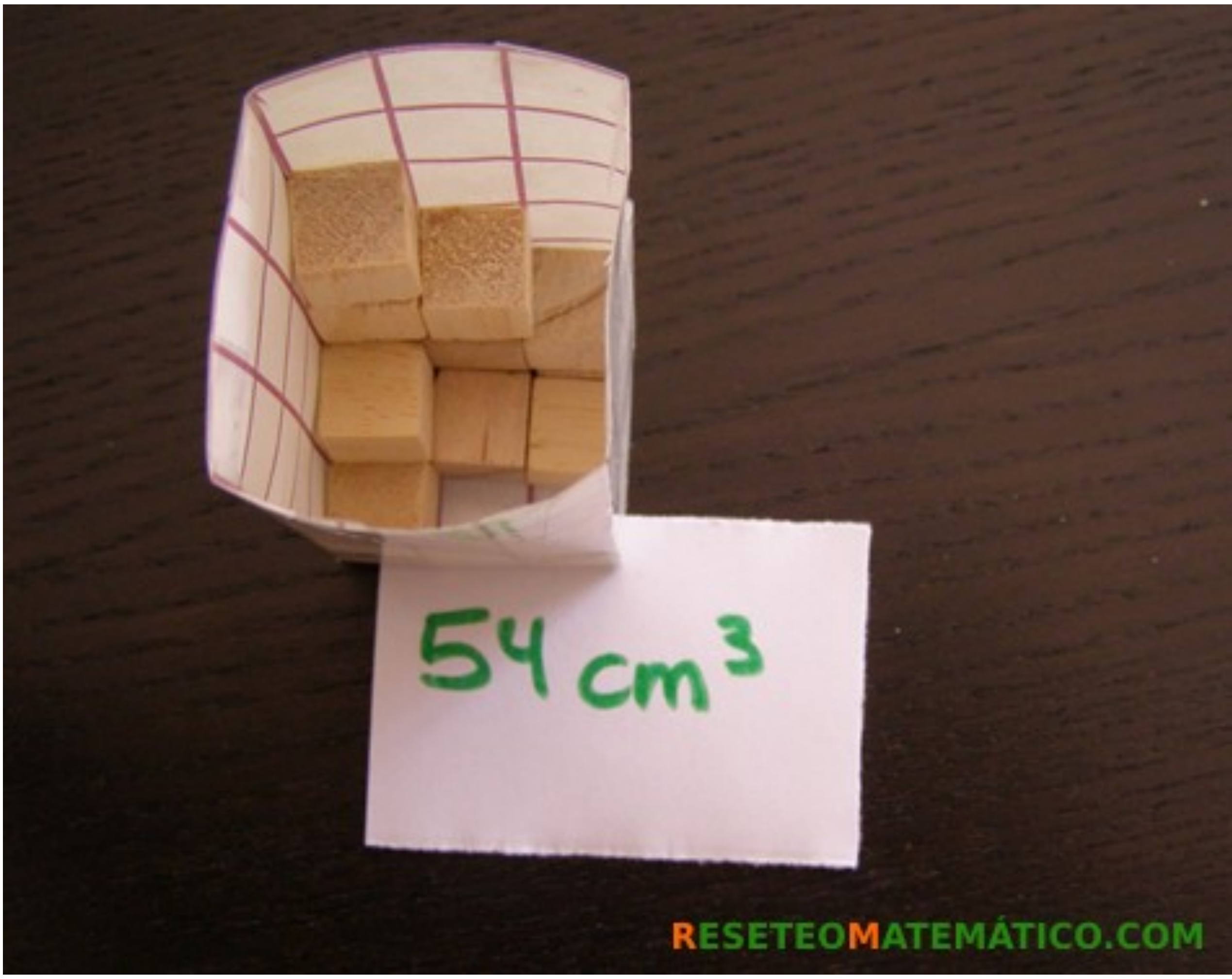


Cajas correspondientes a recortes de 1×1, 3×3, 5×5, 6×6 y 7×7 cm

- medir su volumen poniendo centímetros cúbicos dentro de cada caja:



Cajas de recortes 1×1, 6×6 y 7×7 cm con sus capacidades



Caja de recorte 6×6 cm con regletas unidad y su capacidad

No te quiero engañar, no siempre caben todos los centímetros cúbicos que deberían entrar en cada caja.

En uno de los lados no caben los 13 centímetros cúbicos que en teoría tendrían que caber
Pienso que las razones son varias: los cubitos no son perfectos, los pliegues tampoco lo son, se necesita un poquito más de papel para rodear la arista del cubo… Aun así pienso que meter centímetros cúbicos en una caja y contar los que caben (o deberían caber) es una experiencia valiosísima para adquirir la noción de capacidad o volumen.

Cómo ofrecer los materiales para la fase de investigación

Con estudiantes pequeños prepararía, para cada grupo, unas 5 o 6 hojas cuadriculadas en centímetros cuadrados, unas 20 regletas unidad y los repartiría a cada grupo.

Mi experiencia en secundaria con materiales manipulativos me dice que no es buena idea preparar materiales para todos los grupos. No todos los estudiantes se benefician de ellos (quizá el momento ya pasó) y pueden terminar jugando con ellos o deteriorándolos. Por esta razón, mi propuesta es que llevéis como 15 hojas cuadriculadas en centímetros cuadrados , unas 40 regletas unidad y que las pongáis en una mesa a disposición del que crea que le va a ayudar.

Considero que, incluso en bachillerato, bastantes alumnos se podrían beneficiar de los materiales. Si no te ves dejando materiales en una mesa para que algún alumno mayor pueda utilizarlos (te aseguro que alguno se benificiaría haciéndolo), al menos monta tú una de las cajas con el papel cuadriculado en centímetros cuadrados (por ejemplo la de recorte 6 cm) y llénala con centímetros cúbicos (no es necesario que la llenes por completo). Quizá solo echen una mirada de reojo a la caja, pero les estás ofreciendo una imagen poderosa del significado de medir un volumen en centímetros cúbicos. Ya sabes, es aquello de: una imagen vale más que mil palabras.

Conseguir los materiales

- Papel cuadriculado de 1cm en formato pdf : Mateslibres.com
- Centímetros cúbicos (también llamados regletas unidad) disponibles en tiendas online de materiales manipulativos.
- Las cajas montadas que aparecen en las fotos están hechas con forro adhesivo con el revés cuadriculado en centímetros cuadrados que puedes encontrar en papelerías. No lo recomiendo como material porque se recorta con dificultad.

Gracias a

- Investigando las Matemáticas. Libro 4. Robert Fisher y Alan Vince,1990. Ediciones AKAL. ISBN 84-7600-577-6. Página 41
- Maria Antonia Canals por haberme introducido en el mundo de los materiales manipulativos
- Jo Boaler (por su curso online de Stanford How to Learn Math, en especial por su paradigma de la capacidad matemática en desarrollo)