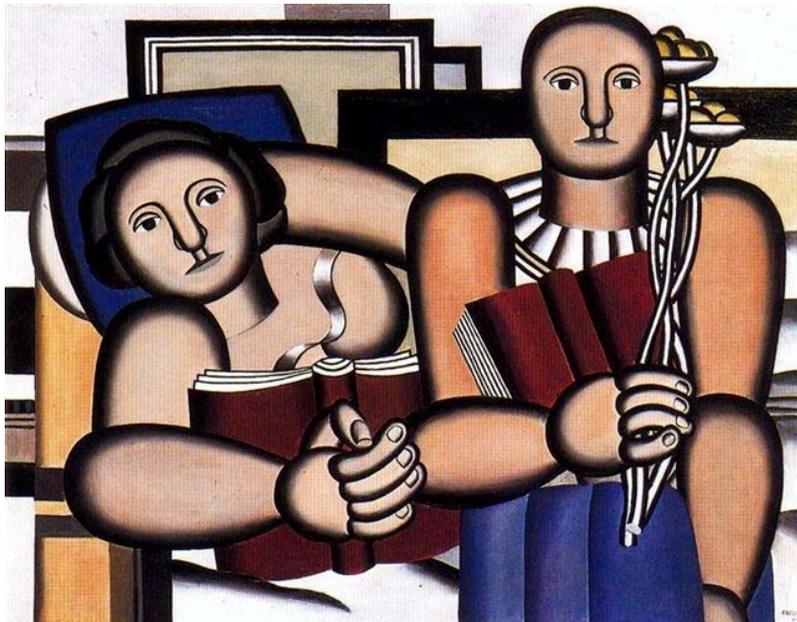


TALLER DE LECTURA EN ÁREAS O MATERIAS

Unidad Didáctica: “DIVISIBILIDAD”.



ETAPA: SECUNDARIA

CURSO: 1º

ÁREA: MATEMÁTICAS.

Leemos en Matemáticas

- ❖ **Temporalización: 14 sesiones**
- ❖ **Lectura de textos con formatos continuos: Viñetas, tebeos, libros, manuales de cómic, etc.**
- ❖ **Lectura de textos con formatos discontinuos: Viñetas, caricaturas, dibujos, fotografías, pinturas.**
- ❖ **Educación en valores: Esfuerzo, respeto, cooperación y trabajo en equipo.**

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

Introducción (justificación de su elección).

El alumnado

Los conceptos asociados a la divisibilidad resultan apropiados para su aprendizaje por el alumnado de Primer Ciclo de la ESO. Hay multitud de situaciones de la vida cotidiana asociadas a la divisibilidad y por ello son fuente de posibilidades para un aprendizaje significativo..

El área

Las matemáticas son un conjunto de saberes asociados en una primera aproximación a los números y las formas, que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar de situaciones variadas. Permiten estructurar el conocimiento que se obtiene de la realidad, analizarla y lograr una información nueva para conocerla mejor, valorarla y tomar decisiones. La mayor complejidad de las herramientas matemáticas que se sea capaz de utilizar permite, a su vez, el tratamiento de una gran variedad de situaciones y una información más rica. Por ello, a lo largo de la escolaridad básica, el aprendizaje de las matemáticas ha de ir dirigido a enriquecer sus posibilidades de utilización.

En la Educación matemática se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Es importante resaltar que para lograr una verdadera alfabetización numérica no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, se precisa también, y principalmente, actuar con confianza ante los números y las cantidades, utilizarlos siempre que sea pertinente e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos.

El plan de Lectura

El lenguaje matemático destaca por la precisión en sus términos y por su gran capacidad para transmitir ideas gracias a un léxico propio de carácter sintético, simbólico y abstracto. En Matemáticas, como en el resto de la actividad humana, el uso del lenguaje, es básico en la comunicación de ideas.

Para fomentar el desarrollo de la *competencia en comunicación lingüística* desde el área de Matemáticas se debe insistir en dos aspectos. Por una parte la incorporación de lo esencial del lenguaje matemático a la expresión habitual y la adecuada precisión en su uso. Por otra parte, es necesario incidir en los contenidos asociados a la descripción verbal de los razonamientos y de los procesos. Se trata tanto de facilitar la expresión como de propiciar la escucha de las explicaciones de los demás, lo que desarrolla la propia comprensión, el espíritu crítico y la mejora de las destrezas comunicativas.

La UDD

La unidad aborda el estudio de la divisibilidad en el campo de los números naturales, consolidando conceptos y procedimientos que el alumno ya ha visto en Primaria. Para que los alumnos y alumnas construyan adecuadamente los conceptos relacionados con la divisibilidad es preciso que tengan bien asimiladas la multiplicación y división y la reciprocidad entre ambas operaciones. Pasar de $a \times b = c$, a estas otras: $c:a = b$; $c:b=a$. Una de las mayores dificultades en el inicio de esta unidad será la de establecer la reciprocidad entre las expresiones "ser múltiplo de" o "ser divisible por" (análoga a la anterior) y "ser divisor de".

En la Resolución de Problemas, un buen número de alumnos encuentra dificultades para saber cuando se trata de buscar divisores y cuando lo que se necesita es buscar múltiplos. Para ayudarles habría que estudiar simultáneamente ambas relaciones y realizar ejercicios para pasar de una a otra. Los

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

problemas de divisibilidad son un excelente medio para trabajar estrategias de resolución como particularizar, generalizar, empezar por el final, etc.

En cuanto al estudio de los conceptos de m.c.m. y m.c.d. conviene trabajar mucho y bien los conceptos antes de estudiar reglas que faciliten su cálculo. Primero los conceptos y después los algoritmos conseguidos si es posible por descubrimiento del alumno.

1 Referentes curriculares.

Para elaborar esta Unidad Didáctica, el referente curricular será en todo momento el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las Enseñanzas Mínimas de la Educación Secundaria y el Decreto 69/2007, de 29 de mayo, por el que se establece y ordena el currículo de la Educación Secundaria en la Comunidad Autónoma de Castilla la Mancha. De él extraeremos los objetivos, contenidos y criterios de evaluación que nosotros integraremos dentro del apartado denominado "Elementos básicos".

2 Elementos básicos: Objetivos, contenidos y criterios de evaluación de la UDD.

Cuando concluya la UDD, la alumna y el alumno serán competentes para:

1. Reconocer divisores y múltiplos de un número.
2. Identificar en situaciones de la vida cotidiana relaciones de divisibilidad.
3. Distinguir números primos y compuestos.
4. Conocer criterios de divisibilidad y aplicarlos. Por ejemplo en la descomposición de un número en factores primos.
5. Descubrir la utilidad social de los criterios de divisibilidad.
6. Reconocer los conceptos de máximo común divisor y de mínimo común múltiplo.
7. Utilizar diversos procedimientos para la obtención del M.C.D. y el m.c.m. de dos o más números.

3 La organización de la secuencia de enseñanza-aprendizaje.

La UDD se desarrolla a lo largo de cuatro sesiones semanales durante las cuatro semanas del mes del mes de marzo. La secuencia de la unidad de trabajo se distribuye, por tanto, en 16 sesiones e incluye:

1. **Fase inicial** de introducción, motivación y planificación: **una sesión**.
2. **Fase de desarrollo y búsqueda**: actividades de recogida y organización, análisis, creación e interpretación a partir de la lectura de formatos continuos y discontinuos y fuentes diversas: textos escritos, acertijos, cuadros, juegos geométricos...La Biblioteca del Centro y el Aula Althia son espacios de investigación y búsqueda: **Tres sesiones**
3. **Fase de síntesis**: presentación creativa con distintos códigos; evaluación y reflexión sobre lo aprendido desde la presentación del trabajo realizado. **Dos sesiones**.

4. Fase de generalización: presentación creativa con distintos códigos; ampliamos los conocimientos adquiridos en la unidad. Una sesión.

3.1 Fase inicial: actividades de introducción y motivación junto a los procesos de comprensión y expresión y el valor de la lectura

1ª sesión

□ Actividad 1. Presentación de la Unidad.

Por medio de la relación de divisibilidad vas a estudiar la relación entre dos números cuando uno de ellos contiene al otro un número exacto de veces. En el porta CDs que ves en la imagen puedes almacenar hasta 80 discos. Como puedes ver están repartidos en cuatro montones de 20 cada uno. Los números 80 y 20 están relacionados por la divisibilidad, ya que el 1º contiene exactamente cuatro veces al 2º.

Otras situaciones relacionadas por la divisibilidad pueden ser:

- El reparto de dinero o de cosas cualesquiera, cuando queremos que a todos alcance lo mismo.
- Ordenar personas, mesas, coches, etc. en filas de igual número.
- Cuando queremos saber en qué día de la semana cae un cumpleaños u otra fiesta, contamos de 7 en 7 desde el día en que nos encontramos.
- Cuando pedimos una pizza entre varios amigos.
- Para saber a qué hora llegará el próximo autobús, sabiendo que pasa cada 10, 15, 20, ... minutos.

Estas situaciones numéricas se han estudiado desde siempre. Los indios ya sabían hace más de 2000 años, sin hacer la división, cuando un número iba a dar exacto al dividirlo por 3 o por 9.

ANTES DE EMPEZAR, CONVIENE RECORDAR:

Que multiplicar es hacer un número tantas veces mayor como indica otro.

Así 8×25 indica que hacemos 8 veces más grande el 25.

8 veinticinco es como 4 cincuentas, o como 2 de 100. Esto es 200.

El 200 contiene

- al 25..... 8 veces.
- al 8..... 25 veces.

Por medio de la operación de dividir podemos saber si un número está dentro de otro un número exacto de veces.

Ejemplo: en todos los juegos deportivos se hacen equipos con igual número de jugadores:

Fútbol (11); Baloncesto (5); Balonmano (6); Voley playa (2);...

- Si quisieras hacer equipos con los chicos y chicas de tu clase, ¿podrías formar equipos de cada uno de esos deportes?.
- Suponiendo que una clase tenga 30 alumnos, ¿cuántos equipos y de cuántos jugadores cada uno se pueden hacer? Haz una tabla relacionando todas las posibilidades.

Con alguna practica podemos mejorar nuestro *"sentido numérico"* para multiplicar y dividir mentalmente. Veamos algunas propuestas:

Contenido	Estrategia	Contenido	Estrategia
Calcular el doble de cualquier número.	28×2 $(20 \times 2) + (8 \times 2); 40 + 16 = 56$	Calcular la mitad de cualquier número de tres cifras, siendo las tres pares.	$468 : 2$ mitad de 400, mitad de 60 y mitad de 8... 232
Multiplicar por acumular resultados parciales:	$45 \times 26 \dots 40 \times 20 = 800; 40 \times 6 = 240, \dots 1040;$ $5 \times 20 = 100; \dots 1140; 5 \times 6 = 30; 1170.$	Mostrar flexibilidad para tratar de manera distinta números diferentes:	$12 \times 5 = (10 \times 5) + (2 \times 5);$ $98 \times 5 = (100 \times 5) - (2 \times 5);$ $76 \times 5 = (75 \times 5) + 5;$
Utilizar los números en lugar de hacerlo con las cifras por separado.	$6 \times 45 = 3 \times 90 = 270$	Calcular de izquierda a derecha, de los órdenes de unidades mayores a los menores.	$85 \times 6 = (80 \times 6) + (5 \times 6)$

A lo largo de las páginas siguientes vas a tener que multiplicar y dividir muchas veces. Si lo piensas antes de tomar lápiz y papel, verás tu potencia para hacerlo mentalmente, usando estrategias diferentes según los números. Utiliza las propiedades de la multiplicación y división.

3.2 Fase de desarrollo del aprendizaje: recogida; comprensión; organización y almacenado; y de reflexión, análisis y valoración de la información.

Sesión 2ª..

□ Actividad 2. RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD ENTRE DOS NÚMEROS

En el mueble para guardar los CDs podemos ver que:

$$80 : 4 = 20$$

$$80 : 20 = 4$$

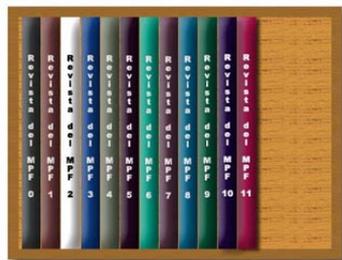
El 4 cabe justo 20 veces en el 80.
El 20 cabe exactamente 4 veces en el 80.

Los números 80, 20 y 4 están relacionados por la divisibilidad.

Llamamos **relación de divisibilidad** a la que se establece entre dos números cuando ellos contiene al otro un número exacto de veces.

Analicemos dos situaciones para ver si están relacionadas por la divisibilidad:

- En la estantería de abajo caben otros cuatro tomos más, hasta los 15 de la colección.



La longitud de la estantería es de 32 cm y cada tomo mide 2 cm de grueso.

El 32 se puede dividir entre el 16, siendo el resto 0. Y lo mismo ocurre con el 2.

El 32 contiene 16 veces al 2.

32 es divisible entre 16 y entre 2.

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

- b. La biblioteca del instituto dispone de mesas con 4 sillas cada una. Esta año hay un curso de 2º con 31 alumnos.



En este caso el 31 no contiene un número exacto de veces al 4.

Dividiendo 31 entre 4, sale 7 de cociente y 3 de resto. No hay resto 0.

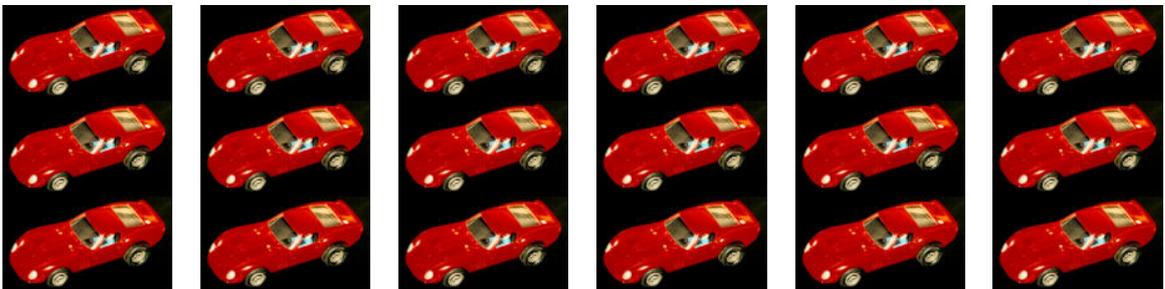
31 no es divisible entre 4

Si al dividir dos números, se obtiene un cociente exacto, podemos decir que entre esos números hay una relación de divisibilidad.

- Indica si el primer número de las siguientes parejas es divisible por el segundo:
a. (40 y 8); b. (75 y 3); c. (68 y 5); d. (124 y 4); e. (256 y 7); f. (345 y 16).
- Escribe varias parejas de números relacionados por la divisibilidad.
- Señala algunas situaciones que se den en la realidad y en las que encuentres relación de divisibilidad.

□ Actividad 3. MÚLTIPLOS Y DIVISORES. PROPIEDADES.

Cuando entre dos números hay una relación de divisibilidad, el mayor se dice que es **múltiplo** del menor, siendo el menor **divisor** del mayor. Observa la imagen. Hemos aparcado estos 18 Ferraris formando un rectángulo de 6 columnas y 3 filas.



18 es múltiplo de 6 y de 3.

Si dividimos 18 : 3 nos da 6 (el número de columnas)

Dividiendo 18 : 6 nos da 3 (número de filas)

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 15} \\ 10 \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

60 es múltiplo de

5 es divisor de 60

Otros múltiplos de 5 son: 10, 15, 20, 25, 30, ...

Divisores de 60 son:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30 y 60

- Cuando entre dos números se puede hacer una división exacta, el primero es múltiplo del segundo y este divisor de aquél.

1. De las siguientes parejas de números, rodea aquellas que estén relacionadas por la divisibilidad.
a) 20 y 5; b) 40 y 7; c) 120 y 30; d) 250 y 8; e) 175 y 3
2. Escribe números que sean múltiplos de 12.
3. El número 30 es múltiplo de..... Y divisor de
4. Busca algunos números que sean múltiplos de otros y estos a su vez múltiplos de un tercero.
Por ejemplo: 30 es múltiplo de 10 y 10 es múltiplo de 5.
Visto por otro lado: 5 es divisor de 10 y 10 es divisor de 30.
5. Indica si son ciertas o falsas estas afirmaciones:
 - a) 8 es divisor de 4
 - b) 30 es múltiplo de 5.
 - c) 127 es múltiplo de 2
 - d) 15 es múltiplo de 150
 - e) 10 es divisor de 24.600

. Sesión 3ª.

□ Actividad 4. LOS MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

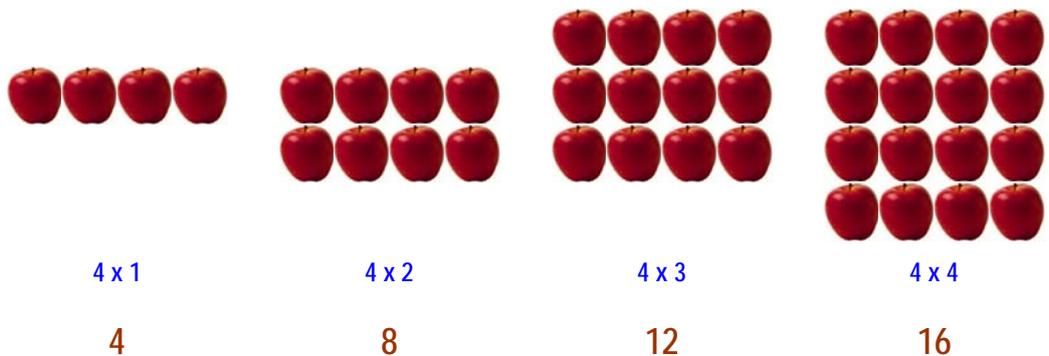
Múltiplos:

- 20 es múltiplo de 5, porque $20 \div 5$ nos da resultado exacto
- 42 es múltiplo de 7, porque $42 \div 7$ nos da resultado exacto
- 81 es múltiplo de 3, porque $81 \div 3$ nos da resultado exacto.

Decimos que un número es múltiplo de otro cuando se puede dividir entre este. Por ejemplo, 8 es múltiplo de 2, porque si dividimos $8 \div 2$ nos da resultado exacto.

Para obtener múltiplos de un número, lo que tienes que hacer es multiplicarlo por 1,2,3,4,..... Las tablas de multiplicar muestran los múltiplos de 2,3,4,...

Ejemplo: Formamos múltiplos de 4.



Todos estos números son múltiplos de 4.

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

Un número que es múltiplo de 2 se llama **par**; si no es múltiplo de 2 se llama **impar**.

Si dividimos un número par entre 2 la división es exacta. Decimos que 2 es **divisor** de cualquier número par o que los números pares son **divisibles** entre dos.

- Un número **b** es múltiplo de otro número **a**, cuando el resto de dividir **b** entre **a** es cero, en otras palabras, cuando la división de **b** entre **a** es exacta, **a** es divisor de **b**.
- Cualquier número es múltiplo de él mismo y de la unidad.
- Un número puede tener tanto múltiplos como se quiera.

1. ¿Cuándo podemos decir que un número **a** es múltiplo de otro número **b**?
2. ¿Cuántos múltiplos tiene el número 9?. Escribe algunos.
3. Halla los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 130.
4. Calcula mentalmente y escribe los múltiplos de 11 menores que 11 x 15.
5. Justifica las siguientes afirmaciones:
 - Todo número es múltiplo de sí mismo.
 - El producto de dos números es múltiplo de los dos.

□ Actividad 5. LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Divisores:

Tomamos un número y lo vamos dividiendo. Por ejemplo el 30.

$$30 : 2 = 15$$

$$30 : 3 = 10$$

30 : 4 no da exacto.

$$30 : 5 = 6$$

30 : 7 no da exacto

.....

$$30 : 10 = 3$$

$$30 : 15 = 2$$

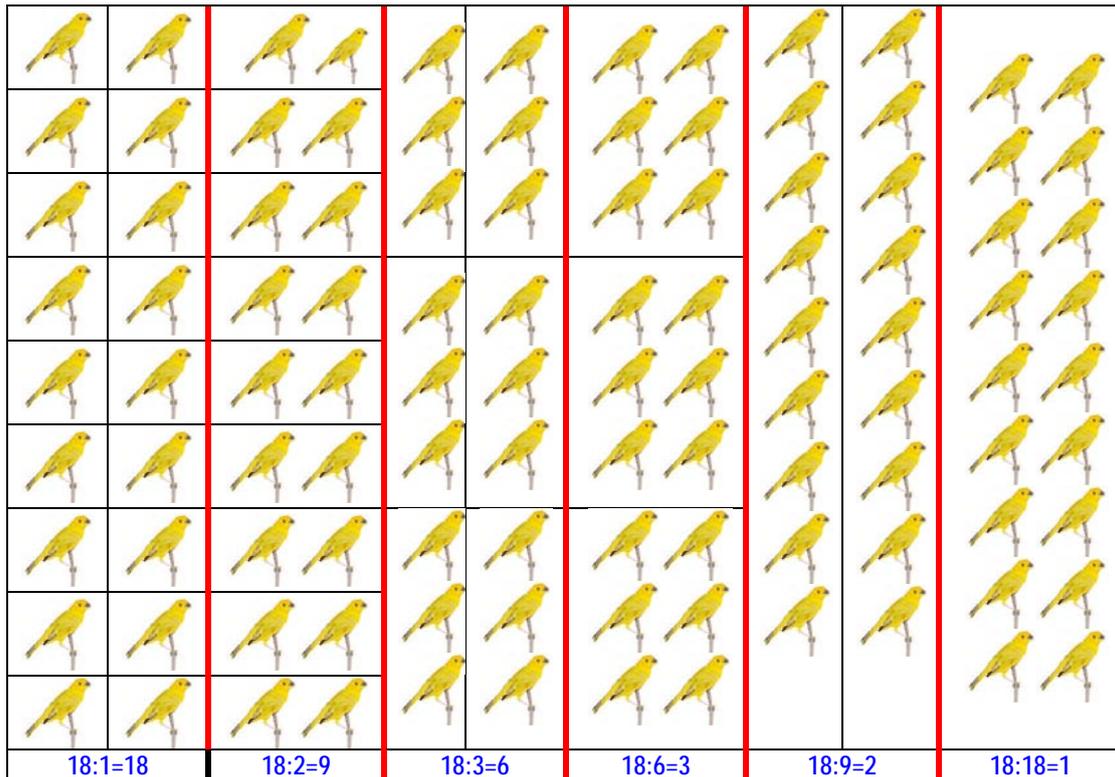
$$30 : 30 = 1$$

Divisores de 30:
1,2,3,5,6,10, 15 y 30

Un número es divisor de otro cuando al hacer la división el resto es 0, es una división exacta.

Como ves en el cuadro siguiente, los divisores de 18 son: 1, 2, 3, 6, 9 y 18

A los divisores de un número también se les llama factores, como los términos de la multiplicación, ya que mediante el producto de esos divisores o factores, podemos obtener el número. Así en el ejemplo del gráfico vemos que 18 puede obtenerse multiplicando: **18x1; 9x2; 6x3**.



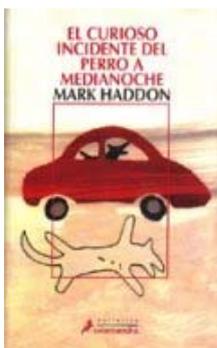
Para buscar divisores de un número, lo vamos dividiendo por otros menores que él, empezando por el 2, hasta llegar al propio número. Siempre que la división sea exacta, el divisor y el cociente son divisores de ese número.

- El 1 es divisor de todos los números.
- Todo número es divisor de sí mismo.

1. Escribe los divisores de 20, 45, 60, y 136.
2. ¿Cuál es el número que tiene estos divisores: 1,2,3,4,6,8,12,24?
3. Anota algunos números con :
 - Dos divisores
 - Tres divisores.
 - Cuatro divisores

. Sesión 4ª.

□ Actividad 6. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.



En el libro "El curioso incidente del perro a medianoche" se cuenta la historia de un niño con síndrome de Asperger que tiene un notable talento para las Matemáticas. En las primeras páginas encontrarás una curiosa manera de numerarlas:

"Para marcar los capítulos de los libros se suelen usar los números cardinales 1,2,3,4,5,6 etc. Pero he decidido usar en mis capítulos los números primos 2,3,5,7,11,13, etc. porque me gustan los números primos.

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

Así es como se obtienen los números primos. Primero escribes todos los números enteros positivos del mundo. Entonces quitas todos los números que son múltiplos de 2. Después los múltiplos de 3. Después los números múltiplos de 4, 5, 6 y 7 respectivamente. Los números que quedan son números primos.

En la página siguiente del libro puedes ver los números que quedan que son los primos y algunas curiosas reflexiones del niño sobre estos números.

	2	3		5		7		
11		13				17		19
		23						29
31						37		
41		43				47		etc.

La regla para calcular números primos es muy sencilla, pero nadie ha dado con una fórmula para saber si un número muy grande es primo y cuál será el siguiente. Si un número es muy, muy grande, a una computadora puede llevarle años calcular si es un número primo.

Los números primos son útiles para crear códigos y en Estados Unidos los consideran Material Militar y si descubres uno de más de 100 dígitos tienes que decírselo a la CIA y te lo compran por 10.000 dólares. Pero no sería una forma demasiado buena de ganarse la vida.

Los números primos son lo que queda después de eliminar todas las pautas. Yo creo que los números primos son como la vida. Son muy lógicos pero no hay manera de averiguar cómo funcionan, ni siquiera aunque pasaras todo el tiempo pensando en ellos.

Fíjate en las cosas que se le ocurren al pensar en los números primos:

Yo dije que no era listo. Tan sólo advertía cómo son las cosas, y eso no es ser listo. Sólo es ser observador. Ser listo es ver cómo son las cosas y utilizar la información para deducir algo nuevo. Como que el universo está en expansión o que alguien ha cometido un asesinato. O cuando uno ve el nombre de alguien y le da un valor a cada letra desde el 1 al 26 ($a = 1$, $b = 2$, etc.) y suma los números en la cabeza y descubre que dan un número primo, como Scooby Doo (113), o Sherlock Holmes (163), o Doctor Watson (167).

Vamos a representar en una tabla los divisores de los primeros números.

Número	1	2	3	4	5	6	7	8
Divisores	1	1,2	1,3	1,2,4	1,5	1,2,3,6	1,7	1,2,4,8

Número	9	10	11	12	13	14	15	16
Divisores	1,3,9	1,2,5,10	1,11	1,2,3,4,6,12	1,13	1,2,7,14	1,3,5,15	1,2,4,8,16

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

Los números 2,3,5,7,11 y 13 tienen sólo dos divisores: la unidad y ellos mismos. A estos números se les llama **primos**. Primo significa primero, esto quiere decir que a partir de ellos se forman todos los demás.

El gran matemático Euclides (siglo III a.C.) ya conocía los números primos y compuestos. Demostró que hay infinitos números primos, es decir, que en la serie 2,3,5,7,11,13,... puede continuarse tanto como se quiera. Se conocen primos de más de dos millones de cifras.

Analicemos algunas características de los números primos:

- Un número de dos o más cifras que acabe en 0 o en cifra par, ¿puede ser primo?. ¿y si acaba en 5?. ¿por qué?. Así pues, exceptuando el 2 y el 5, todos los otros primos tienen que acabar en 1, 3, 7 ó 9.
- Para determinar si un número es primo o compuesto tienes que ir dividiendo por los números primos (2,3,5,7,11,...). ¿Hasta donde llegar?. Hasta una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Ejemplo: para saber si 173 es primo dividimos por 2,3,5,7,11 hasta 13.

- Los números que tienen más de dos divisores se llaman compuestos y los que tienen sólo dos, se llaman primos.
- Cuando dos números tienen únicamente al 1 como divisor común, se dice que son primos entre sí.

1. Haz una cuadrícula de 10 x 10 y rellénala con los 100 primeros números. Ve tachando los múltiplos de 2,3,5 y 7 para formar la Criba de Eratóstenes.
2. Di cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos: 109,221,285,263,379.
3. Busca los números primos comprendidos entre 100 y 180.
4. Haz la descomposición en factores o divisores que sean primos de los siguientes números: 15, 21 35.

Para conocer cuáles son los números primos menores de 100, por ejemplo, se ha empleado la criba de Eratóstenes. Se le llama criba porque es como si echásemos los números y al moverla fueran cayendo los compuestos y quedando arriba sólo los primos. Lee el texto que encontrarás al final de la Unidad con información sobre este notable matemático griego.



En este libro un famoso matemático griego intenta desanimar a su sobrino para que no estudie matemáticas. Para lograrlo le propone un problema de gran dificultad que lleva siglos planteado, pero que por el momento aún no ha sido demostrado: la conjetura de Goldbach. Lee el siguiente texto del libro:

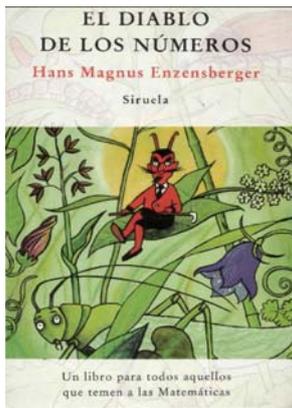
- *He aquí el problema... supongo que ya sabrás algo sobre números primos, ¿no?*

- *¡Desde luego, tío! Un número primo es un entero mayor que 1 que no tiene divisores aparte de él mismo y de la unidad. Por ejemplo, 2,3,5,7,11,13 y así sucesivamente. Parecía satisfecho con la exactitud de mi definición.*

- *Estupendo. Ahora dime, ¿cuántos números primos hay?*

La conjetura de Godbach indica que todo número par mayor que dos se puede obtener como la suma de dos primos. Compruébalo para casos sencillos. Si quieres saber más consulta en esta página:

http://es.wikipedia.org/wiki/Conjetura_de_Goldbach



Divisibilidad tiene que ver naturalmente con división. En el libro "El Diablo de los números", si lees la tercera noche, encontrarás la interesante conversación entre el diablo y Robert acerca de la divisibilidad.

Los números que en el libro llama de primera son los **números primos**. Mira si tú también puedes como Robert escoger algunos números y descomponerlos como suma de varios primos.

□ Actividad 7. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.

Los criterios de divisibilidad son reglas que sirven para saber si un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

Aunque pueden buscarse criterios para todos los números, sólo nos interesa por ahora saber cuando un número es divisible por los primos 2,3,5,10,11.

1,2,3,4,5,6,7...

■ Divisibilidad por 2.

Observa estos números: 12 (10+2); 24 (20+4); 126 (120+6); 258 (250+8)

En todos ellos tanto el primer sumando (10,20,120 y 250) como el segundo (2,4,6,8) son divisibles entre 2.

Mira ahora estos otros: 13 (10+3); 25 (20+5); 135 (130+5); 247 (240+7). En este caso los primeros sumandos (10,20,130,240) son divisibles por 2, pero no los segundos (3,5,5,7).

Un número es divisible por 2 cuando termina en cero o cifra par.

■ Divisibilidad por 3.

Vamos a fijarnos en algunos múltiplos de 3 muy sencillos y de los que estamos seguros: 12, 15, 18, 24, 36, 48. Si sumas las cifras de cada número verás que te sale 3, 6, 9. Así pues...

Un número será divisible por 3 cuando la suma de sus dígitos sea múltiplo de 3.

Ejemplo: tenemos el número 6.345. Sumamos sus cifras: $6+3+4+5=18$. Como 18 es múltiplo de 3, podemos afirmar que 6.345 es divisible por 3.

■ Divisibilidad por 5.

Observa algunos múltiplos de 5: 5,10,15,20,25,30,35,40,45,...

¿Crees que puedes encontrar algún múltiplo de 5 que no acabe en 0 o en 5?

Un número es divisible por cinco cuando acaba en cero o en cinco.

■ Divisibilidad por 10.

Observa algunos múltiplos de 10: 10,20,30,40,50,..80,90... ¿Habrá algún múltiplo de 10 que no acabe en 0?

Un número es divisible por 10 si termina en cero. De manera similar, si termina en 00 es divisible por 100; si termina en 000 es divisible por 1000.

¡Saber si da exacto sin tener que hacer la división!



 **Divisibilidad por 11.**

Son múltiplos de 11:

$$11 \times 2 = 22; 11 \times 4 = 44; \dots 11 \times 10 = 110; 11 \times 11 = 121; \dots 11 \times 24 = 264; 11 \times 78 = 858$$

Sumamos por un lado las cifras que ocupan un lugar par : $2^a, 4^a, \dots$

Por otro lado sumamos las cifras que ocupan un lugar impar: $1^a, 3^a, \dots$

Restamos una suma de la otra. Debe darnos 11 o un múltiplo de 11.

Un número es divisible por once cuando la diferencia entre la suma de las cifras que ocupa la posición par y la suma de las cifras que ocupan la posición impar son múltiplo de once.

Ejemplo: 47619. ¿Será divisible por 11?

Cifras pares: $1+7 = 8$

Cifras impares: $9+6+4 = 19$

$$19 - 8 = \underline{11}. \text{ El número } 47.619 \text{ es múltiplo de } 11$$

. Sesión 5ª.

 **Actividad 8. DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS .**

Los números compuestos pueden descomponerse en productos de otros más pequeños (factores). Si un número tiene varios factores, pueden encontrarse varias descomposiciones del mismo.

 Ejemplo: el número 72 puede descomponerse en factores:

- Dos factores: 2×36 ; 4×18 ; 8×9 ;
- Tres factores: $2 \times 3 \times 12$; $2 \times 4 \times 9$; $3 \times 4 \times 6$;...
-

La mayor descomposición se alcanza cuando todos los factores son primos, porque como ya sabes, estos no pueden descomponerse más.

En el caso del 72 sería $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$. Utilizando potencias: $2^3 \cdot 3^2$

A la izquierda puedes ver una forma de descomponer un número como el 60 en producto de factores primos.

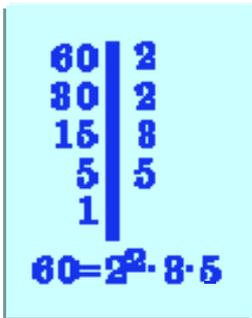
¿Cómo averiguar todos los divisores de un número a partir de su descomposición en factores primos?. Vamos anotando por orden, contando siempre el 1, los de la derecha de la línea con los productos posibles y luego los de la izquierda:

En el caso de los divisores de 60:

1, 2, 3, 4 (2×2), 5, 6 (2×3), 10 (2×5), 15, 30 y 60

1, 2, 3, 4, 6, 10, 15, 30 y 60

Para descomponer un número en factores primos, lo vamos dividiendo ordenadamente por 2 tantas veces como se pueda, luego por 3 y así sucesivamente por los siguientes números primos hasta que el cociente sea 1.



- Realiza la descomposición en factores primos de los siguientes números:
72, 86, 120, 258
- Escribe los números que tienen estas descomposiciones factoriales:
 - $2^3 \cdot 3^2$
 - $2 \cdot 3^3 \cdot 5$
 - $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
- Averigua a partir de la descomposición en factores primos, todos los divisores de
 - 80
 - 270
 - 540

. Sesión 6ª.

□ **Actividad 9. MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.**



Algunas situaciones de la vida diaria que te puedes encontrar, tienen que ver con el menor múltiplo común a dos o más números. Se escribe así: M.C.M (12,18,...)

Ejemplo:

En un viaje por La Mancha, Juan ha ido a comprar vino para regalar a sus tíos. Las botellas que ha comprado pueden colocárselas en cajas de 12 o de 18 botellas. ¿Cuál crees que puede ser el menor número de botellas que ha podido comprar?

Si puede colocarlas en cajas de 12, esto significa que el número de botellas es múltiplo de 12.

Múltiplos de 12 = {12,24,36,48,60,72,84,96,108,120, ...}

Si puede colocarlas en cajas de 18 sin que sobre ninguna, esto significa que el número de botellas es múltiplo de 18.

Múltiplos de 18 = {18,36,54,72,90,108,126,144,162, ...}

Múltiplos comunes son: {36,72,108, ...}, luego M.C.M.(12,18)=36

El menor de los múltiplos comunes es el 36 o el **mínimo común múltiplo**.

Juan ha comprado por lo tanto 36 botellas

12	2
6	2
3	3
1	

Hasta ahora para averiguar el M.C.M. hemos procedido así:

- Calculamos unos cuantos múltiplos de cada número.
- Marcamos los que son comunes a los dos.
- Elegimos el menor múltiplo común a los dos.

18	2
9	3
3	3
1	

$18 = 2 \cdot 3^2$

Otra forma bien interesante de hacerlo consiste en descomponer los números en factores primos como puedes ver en el margen.

El mínimo común múltiplo tendrá en su descomposición todos los factores que aparezcan en las descomposiciones de los dos números elevados al mayor exponente.

Fíjate bien por qué: $18 = (2 \cdot 3^2) \cdot 2 = 36$; $2^2 \cdot 3^2 = 36$

$12 = (2^2 \cdot 3) \cdot 3 = 36$; $2^2 \cdot 3^2 = 36$

- Mínimo Común Múltiplo (M.C.M.) de dos números, es el menor de los múltiplos comunes de dichos números.
- Si un número es múltiplo de otro, es el mínimo común múltiplo de los dos.
- La suma de dos o más múltiplos de un número es también múltiplo de ese número.
- Para calcular el M.C.M. de varios números se descomponen en factores primos y , se toman todos los factores primos, eligiendo de los comunes los elevados al mayor exponente

1. Escribe tres múltiplos comunes de los siguientes pares de números:
a) 2 y 3; b) 4 y 6; c) 2, 3 y 6; d) 3, 5 y 10; e) 4, 8 y 12; f) 10, 20 y 30
2. Calcula el M.C.M de los siguientes grupos de números que vienen expresados en productos de factores primos:
a) $20=2^2 \cdot 5$ y $50=2 \cdot 5^2$; b) $25=5^2$, $30=2 \cdot 3 \cdot 5$ y $36=2^2 \cdot 3^2$; c) $16=2^4$, $18=2 \cdot 3^2$ y $24=2^3 \cdot 3$
3. Averigua el M.C.M. de los siguientes grupos de números descomponiéndolos previamente en factores primos: a) 36 y 45; b) 60, 72 y 90

□ **Actividad 10. MÁXIMO COMÚN DIVISOR.**

El máximo común divisor (M.C.D.) de dos números, es el mayor de los divisores comunes de dichos números.

📌 Ejemplo:

Una familia quiere cambiar el suelo del salón de su casa. Tiene forma rectangular de 420 cm de ancho y 540 cm de largo. ¿Cuánto medirá el lado de cada baldosa si queremos que sea lo más grande posible?.

Estamos buscando una longitud que quepa exactamente un número de veces a lo largo, por tanto será un divisor de 540 y si cabe a la vez un número exacto de veces a lo ancho, será también divisor de 420.

Divisores de 540: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 18, 20, 27, 30, 36, 45, 54, 60, 90, 108, 135, 180, 270, 540

Divisores de 420: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 12, 14, 15, 20, 28, 35, 60, 84, 105, 140, 210, 420

Como ves hay varios divisores comunes a las dos longitudes del salón. Esto quiere decir que nos cabrían a lo largo y a lo ancho baldosas de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 15, 20 y 60 cm. Como queremos que sea lo mayor posible, la solución es **baldosas de 60 cm de lado.**

$$\text{El M.C.D. (540 y 420)} = 60$$

Hasta ahora para averiguar el M.C.D. hemos procedido así:

📌 Calculamos los divisores de cada número.

📌 Marcamos los que son comunes a los dos.

📌 Elegimos el mayor divisor común a los dos.

Esa forma de buscar los divisores comunes a cada número para luego encontrar el mayor divisor común resulta pesada cuando se trata de grandes números como es el caso del ejemplo.

Veamos un método más rápido basado en la descomposición de los números en factores primos. En el margen verás la descomposición factorial de cada número.

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$$

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Recuerda que el número que buscamos ha de ser divisor de 540 y 420, por lo tanto, al descomponerlo sólo puede tener aquellos factores que tengan tanto el 540 como el 420.

Factores comunes a los dos números encontramos **2^2 , 3 y 5**. Por lo tanto multiplicando

$2^2 \cdot 3 \cdot 5$ obtenemos el número buscado que es **60**.

- Para calcular el máximo común divisor de dos números, se descomponen primero en factores primos, tomando los factores comunes elevados al menor exponente.

Casos particulares:

a) si los números son primos entre si, sin factores comunes, entonces no hay posible divisor común, y el M.C.D. es 1.

Ejemplos: M.C.D. (5 y 12) = 1 ; M.C.D. (15 y 8) = 1; M.C.D.(4 y 21) = 1

b) si los número son uno múltiplo del otro, entonces el mas pequeño de ellos es el MCD de los dos.

Ejemplos: M.C.D. (4 y 12) = 4; M.C.D. (5 y 15) = 5; M.C.D. (6 y 24) = 6

1. Halla los divisores comunes a cada grupo de números y luego señala al mayor de ellos:
a) 75 y 36; b) 14, 42 y 56; c) 24, 36 y 60
2. Calcula el M.C.D. de los grupos de números del ejercicio anterior, pero ahora utilizando el método de descomposición de los números en factores primos.
3. Señala en las siguientes parejas de números los factores comunes y el M.C.D.:
a) 28 y 42; b) 150 y 250; c) 216 y 240;

3.3 Fase de síntesis, presentación y evaluación. Criterios de evaluación.

1. Dado un número cualquiera, señalar múltiplos y divisores del mismo.
2. Resolución de problemas de la vida cotidiana que presenten relaciones de divisibilidad.
3. Identificación de números primos menores que 50 y justificación de por qué lo son.
4. Señalar situaciones sociales en las que los criterios de divisibilidad ofrezcan su utilidad.
4. Obtención mentalmente del máximo común divisor de dos números menores que 100. Utilización de algún otro procedimiento escrito para números mayores.
5. Obtención por uno o más procedimientos del mínimo común múltiplo a dos o más números.
6. Resolver problemas en los que entren en juego los conceptos de múltiplo y divisor, máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS.

1. Resolución de problemas.

"Los problemas son oportunidades para demostrar lo que se sabe".
Duke Ellington (1899-1974); compositor y músico de jazz estadounidense.

1. El número de participantes en un desfile es tal que pueden desfilar formados de 3 en 3, 5 en 5, o 25 en 25, pero no pueden hacerlo de 4 en 4, ni de 9 en 9.
¿Cuál puede ser el número de participantes si sabemos que es mayor que 1.000 y menor de 2.000?.
2. El número 12 tiene seis divisores: 1,2,3,4,6 y 12. Cuatro de ellos son pares (2,4,6 y 12) y dos son impares (1 y 3).

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

- Halla algunos números cuyos divisores sean todos, excepto el 1, pares. Describe la secuencia de números que tienen esa propiedad.
 - Halla algunos números que tengan exactamente la mitad de sus factores pares. Describe nuevamente la secuencia de números que tienen esa propiedad.
Si puedes, explica en ambos casos por qué es cierto el resultado de tus conclusiones.
3. ¿Cuáles son los números que tienen una cantidad impar de divisores?. ¿Y cuales son los que tienen todos los divisores, a excepción del uno, claro, como números pares?.
 4. Con los dígitos 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Forma un número de nueve cifras, con la condición de que :
 - tomadas solo sus dos primeras cifras sea múltiplo de 2
 - tomadas sus tres primeras cifras sea múltiplo de 3
 - tomadas sus cuatro primeras cifras sea múltiplo de 4y así sucesivamente hasta que tomado con nueve cifras sea múltiplo de 9.
 5. Si mido un rollo de cuerda de dos en dos metros me sobra uno. Si lo mido de tres en tres, me sobran dos, si lo mido de cuatro en cuatro me sobran tres, si lo hago de cinco en cinco me sobran cuatro y si de seis en seis me sobran cinco.
Sabiendo que tiene menos de 100 metros, ¿podrías decir su longitud?.
 6. Un hombre iba al mercado y al preguntársele cuantos huevos llevaba contestó que tomados en grupos de 11, sobran 5 y tomados en grupos de 23 sobran 3. ¿Cuál es el menor número de huevos que podía tener?.
En otra ocasión respondió que tomados en grupos de 2,3,4,5,6 y 7 sobran 1.2.3.4.5 y ninguno, respectivamente. ¿Cuál es el menor número de huevos en este caso?.
 7. Escribe el mayor número de seis cifras que sea divisible por 7. Indica también el menor que cumple esa condición.
 8. Dos personas van eligiendo por turnos números entre el 1 y el 10, ambos inclusive y lo van sumando al número que ha dicho el anterior. El primer jugador que consigue llegar exactamente a 100 es el ganador.
¿Tiene ventaja el que dice el primer número o el que dice el segundo?. Trata de encontrar la estrategia ganadora.

INVESTIGACIÓN:

Hallar cinco ejemplos de números que tengan exactamente tres factores. Repetir lo mismo con cuatro factores. ¿Qué se puede decir de los números de cada una de estas listas?.

2. El rincón de la calculadora.



1. Investiga como funciona en tu calculadora el "factor constante". En algunos modelos funciona como puedes ver en este ejemplo: $2 \times X =$ y aparece en pantalla el número 4. Cada vez que pulses la tecla = irá multiplicando por dos. Una vez que descubras como funciona el factor constante en tu modelo de calculadora, utilízala para producir múltiplos de cualquier número.
2. Usa tu calculadora para hallar los divisores de 2.600. Explica por escrito cómo lo haces.
3. Calcula con ayuda de la calculadora el m.c.d. y el m.c.m. de 1.450 y 2.340.
4. Ayúdate de la calculadora para averiguar si el número 1.247 es primo. Explica lo que haces, teniendo en cuenta que buscas averiguarlo con el menor número de divisiones posible.
5. **Curiosidades.**
 $73 + 37 = 110$. Múltiplo de 11. $1472 + 2741 = 4213$. Múltiplo de 11.
¿Ocurre siempre?.
6. Observa la siguiente serie:
 $11 \times = 121$
 $111 \times = 12321$
 $1111 \times = 1234321$
 $11111 \times = 123454321$
Continúa añadiendo "unos" y observa lo que ocurre. ¿Hasta dónde se puede llegar y por qué?.
7. El número 12345679 es muy curioso. Si eliges un número cualquiera, por ejemplo el 5 y los multiplicas por el 9 y por ese número, verás que aparece un número muy interesante en pantalla. Prueba con otros números (multiplicando solo por ellos o bien por ellos y por 9) y anota tus observaciones. ¿Podrías explicar por qué pasa eso precisamente con ese número?. Busca otros números que produzcan efectos similares.
8. **CAPICÚAS.** A los números como el 76567 se les llama capicúas porque se pueden leer igual de derecha a izquierda que al revés. Se ha dicho que todos los números capicúas de 4 cifras son divisibles por 11. ¿Es cierto?.

Taller de lectura en el área de Matemáticas.

9. JUEGOS CON CALCULADORA. Amplia y practica con alguien de la clase.

CUATRO EN RAYA (mínimo común múltiplo)				
<ul style="list-style-type: none"> Necesitáis fichas de dos colores distintos y una calculadora. Cada jugador elige dos números, uno de cada grupo. 				
$\begin{array}{r} 24 \quad 28 \quad 32 \quad 36 \quad 40 \\ \hline 52 \quad 56 \quad 60 \quad 64 \quad 68 \end{array}$				
Comunica los números elegidos al compañero, estima su m.c.m. y confirma con la calculadora. Si no está ocupada la casilla donde está el resultado obtenido, coloca en ella una de sus fichas. Jugáis por turno.				
Gana el primero que consiga colocar CUATRO fichas en raya.				
168	612	224	56	120
504	520	468	180	544
192	364	312	420	64
480	120	680	320	476
448	576	416	408	280

TRES EN RAYA (máximo común divisor)			
<p>Necesitáis fichas de dos colores distintos y una calculadora. Cada jugador elige una pareja de entre los siguientes números, estima su m.c.d., si lo necesita lo confirma con la calculadora y pone una ficha en el cuadro correspondiente si no está ya ocupado.</p> <p>Gana el primero que consiga colocar tres fichas en raya.</p>			
$\begin{array}{cccccccccccc} 16 & 18 & 20 & 24 & 25 & 28 & 30 & 35 & 36 \\ 40 & 42 & 45 & 48 & 56 & 60 & 63 & 64 \end{array}$			
2	14	5	8
12	20	16	21
10	3	15	6

3. INTERNET.

http://descartes.cnice.mecd.es/Algebra/Numeros_primos/numeros_primos.htm

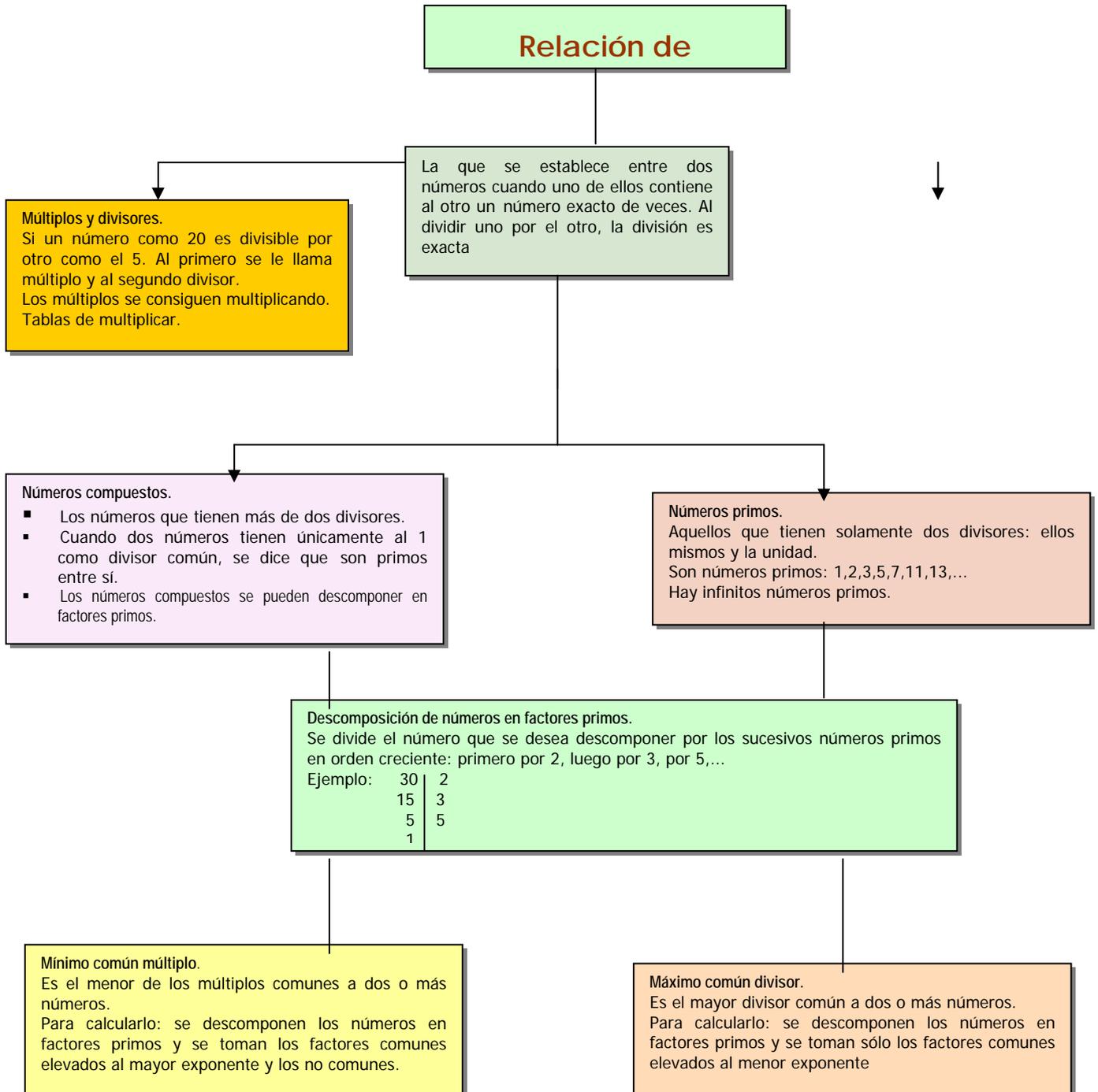
http://es.wikipedia.org/wiki/Criba_de_Erat%C3%B3stenes

http://www.ginerdelosrios.org/Descartes/3_eso/Multiplos_divisores/criba.htm

<http://www.dma.fi.upm.es/java/matematicadiscreta/Aritmeticamodular/appl-criba.html>

<http://www.dma.fi.upm.es/java/matematicadiscreta/Aritmeticamodular/appl-criba2.html>

Al concluir,... resumir.



TEMAS TRANSVERSALES.

El siglo XX ha sido llamado el siglo de la mujer por los espectaculares avances que en las sociedades occidentales han experimentado las mujeres en sus derechos civiles y políticos: derecho al voto, acceso a la universidad, presencia en el mundo laboral, etc. No obstante, es preciso admitir que todavía existen factores de discriminación que pueden corregirse en parte desde la educación de nuestros adolescentes. En este sentido el tema de la divisibilidad nos brinda la oportunidad de abordar el tema a la vez que trabajamos los contenidos matemáticos. Mejor dicho, los contenidos matemáticos nos sirven para realizar una educación para la igualdad de oportunidades de ambos sexos.

TEMA TRANSVERSAL:

- Educación para la igualdad de oportunidades de ambos sexos.

VALORES:

- Justicia.
- Solidaridad.

ACTITUDES:

1. Necesidad de implicación de chicos y chicas en las tareas del hogar.
2. Valoración de las aptitudes personales como único medio para el acceso a estudios o mundo laboral con independencia del sexo.
3. Tendencia a analizar utilizando conceptos matemáticos la realidad de la distribución de las tareas del hogar en la actualidad entre las personas de los dos sexos que conviven en los hogares.

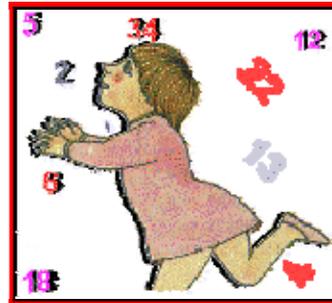
ACTIVIDAD:

Tareas del hogar.

En casa de Antonio y Mari Carmen han establecido un plan para realizar las tareas diarias del hogar, puesto que los dos trabajan también fuera de la casa varias horas al día.

1. Comida: Antonio cada dos días y M^a Carmen cada tres.
2. Limpieza de habitaciones: los días impares, uno si y otro no. M^a Carmen lo hará los días pares, uno si y dos no.
 - ¿Consideras justo el reparto?. Explica tus razones.
 - Al cabo de un mes, ¿cuántos días prepara á comida él y cuántos ella?. ¿Cuántos días la hacen juntos?. Algunos días parece que comen fuera de casa, ¿cuántos son?.
 - Por lo que respecta a la limpieza, ¿quién de ellos limpia más días en un mes?. ¿Cuántos días se limpia esa casa en el mes?
 - Compara los datos de esta situación con lo que ocurre en tu casa o en casa de tus amigos.
 - ¿Cómo has relacionado esta situación con el tema de la divisibilidad?.

El mundo de las Matemáticas.



NÚMEROS PRIMOS

El matemático griego Euclides en el libro noveno de sus "Elementos" ya demostró años antes de Cristo que la cantidad de números primos es infinita., pues a un número primo dado, siempre se le puede encontrar otro mayor. Aunque haya infinitos primos, estos van escaseando a medida que se va avanzando hacia los grandes.

Si dos números primos se llevan una diferencia de 2 como por ejemplo 17 y 19, se les llama **primos gemelos**. No se sabe todavía si hay infinitos primos gemelos. Busca con algún compañero a ver si encontráis alguna otra pareja.

También se le ha visto que todo número mayor que 2, se puede expresar como la suma de dos primos. Esto aún no se ha demostrado, pero funciona. Ejemplos: $7=5+2$; $16=13+3$

Escribe algunos números como suma de primos.

NÚMEROS AMIGOS

Pitágoras llamaba a dos números amigos cuando la suma de los divisores de uno de ellos, excluido él mismo es igual al otro número. Por ejemplo 284 y 220 son números amigos. Los divisores de 220 son: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110 y 220, si los sumamos (excluyendo 220) da 284. Los divisores de 284 son: 1, 2, 4, 71, 142 y 284, si los sumamos (excluyendo 284) da 220.

Este par de números amigos era conocido por los griegos. El matemático árabe Tabit Qurra encontró una fórmula complicada para hallar números amigos. El siguiente par de números amigos fue descubierto en el siglo XIII y redescubierto por Fermat en 1636 (los

Los números sociables

Son una generalización de los números amigos. Tres o más números se dice que son sociables si la suma de los divisores del primero da el

Números perfectos

Se llama números perfectos a aquellos que son iguales a la suma de sus divisores .

Los primeros números perfectos son el 6 y el 28, conocidos desde la Grecia Antigua.

En efecto: suma de los divisores de $6 = 1 + 2 + 3 = 6$;
La de $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

Los siguientes son 496 y 8128.

$496 = 16 \cdot 31 = 2^4 \cdot 31$ y sus divisores propios son 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , 31, $31 \cdot 2$, $31 \cdot 2^2$, $31 \cdot 2^3$ y suman 496



Dirección G

Eratóstenes de Cirene (276-194 a.n.e.)



Eratóstenes nació en Cirene, ahora llamada Shahat en el Norte de Africa, en Libia. Estudió luego en Atenas lo que sería un antiguo equivalente a una formación universitaria. Cuando tendría unos treinta años fue llamado a Alejandría por el rey Ptolomeo III Evergetes, probablemente por recomendación del poeta Calimaco, también natural de Cirene, que trabajaba en la Biblioteca. Fue tutor del príncipe heredero, el futuro Ptolomeo IV Philopator y mantuvo siempre una cercana relación con la casa real.

Como matemático le debemos principalmente la llamada “criba” para encontrar números primos y un instrumento mecánico para hallar la duplicación del cubo.

La **Criba de Eratóstenes**. es un sencillo método para hallar números primos y aparece descrita en *Introductio Arithmetica* de Nicómaco de Gerasa (60-120). Consiste en hacer una tabla de números naturales sucesivos. Empezando con el 2 que es primo, vamos tachando de la lista todos los múltiplos de 2. El primer número que no está tachado es el 3, que es primo. A partir de él vamos tachando todos los múltiplos de 3. El siguiente número que no aparece tachado es el 5, que es primo. A partir de él vamos tachando los múltiplos de 5. Ahora el primer número que no aparece tachado del principio de la lista, el 7 en este caso, tiene que ser primo ya que de haber tenido un divisor lo habríamos tachado ya. Seguimos pues tachando los múltiplos de 7, de siete en siete. Y así sucesivamente. Los números que van quedando de la lista sin tachar son primos.

Criba de Eratóstenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
...									