

Temas 1

Naturales y enteros

Potencias



La historia del Número 1



Ejercicio 1. La historia del Número 1

1. ¿Qué sabemos que los prehistóricos fueron los primeros en inventar los números?
2. ¿Qué inventaron los sumerios?
3. ¿Qué hicieron los egipcios con el número 1?
4. En Grecia, ¿Qué pensaba Pitágoras sobre el 1 y los números?
5. ¿Qué ejemplo se comenta que realizó Arquímedes?.
6. ¿Qué civilización utilizó el número 1 para la guerra?
7. ¿Cuál fue la mayor invención en la India?
8. ¿Qué números adoptaron los musulmanes?
9. ¿Quién fue el primero en pensar sólo con 0 y 1?
10. ¿Dónde aparecen los 0 y los 1 en la actualidad?

El Sistema de Numeración Romano



Y estas eran sus normas:

NORMAS	EJEMPLOS	
Las letras I, X, C y M se pueden repetir hasta tres veces seguidas.	III → 3 CCC → 300	XX → 20 MM → 2000
Las letras I, X, o C a la izquierda de otra de mayor valor, le restan a esta su valor.	IV → 4 XL → 40	IX → 9 XC → 90
El valor de un conjunto de letras queda multiplicado por 1000 al colocar sobre ellas una barra.	IV̄ → 4000 M̄ → 1000000	IXCC → 9200

El Sistema de Numeración Romano

2 Escribe en el sistema de numeración romano estas cantidades:

18

43

98

3456

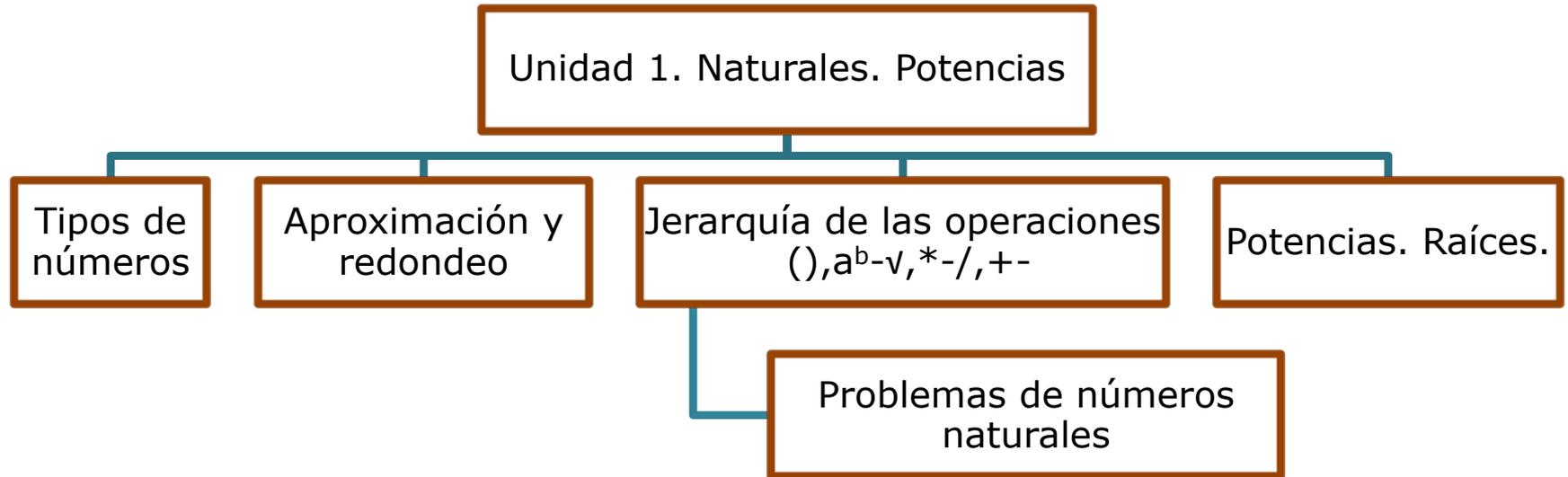
3 Escribe en el sistema de numeración decimal el valor de estos números romanos:

CXLIX

CCCXXVII

VCCCXXI

Esquema del tema



Tipos de Números

Naturales. ¿Cuáles son y para qué sirven?



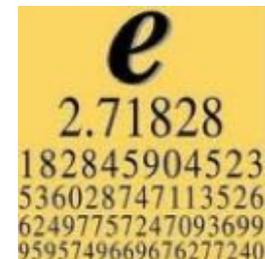
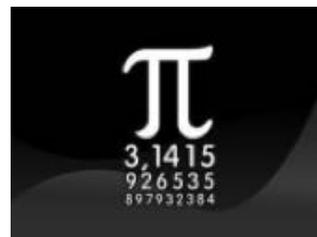
Enteros. ¿Cuáles son y para qué sirven?



Fracciones. ¿Cuáles son y para qué sirven?



¿Hay otros números distintos...?



Tipos de Números

4. Clasifica: 2, -1, $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{7}{1}$, π , $2'333\dots$, $\frac{25}{5}$

Naturales (N):

Enteros (Z):

Racionales (Q):

Anécdota: Números famosos que no se pueden poner como fracción y la lotería...



Numero π



Numero e



Numero de oro ϕ

Anécdota: Números famosos que no se pueden poner como fracción y la Lotería de Navidad



Numero $\sqrt{2}$



Numero $\sqrt{3}$



Numero $\sqrt{5}$

Anécdota: Números famosos que no se pueden poner como fracción y la Lotería de Navidad



Numero de la Bestia



Numero $\sqrt{7}$

Tipos de Números – Película Smila



Números muy grandes



El universo se originó hace trece mil ochocientos millones de años.



El cerebro de una persona joven tiene unos cien mil millones de neuronas.



La Tierra tiene un volumen aproximado de un billón de kilómetros cúbicos.

- Un **millón** ↔ Un 1 seguido de 6 ceros.
- Un **billón** ↔ Un millón de millones ↔ Un 1 seguido de 12 ceros.
- Un **trillón** ↔ Un millón de billones ↔ Un 1 seguido de 18 ceros.

Números muy grandes

Muchas cantidades y datos superan las nueve cifras: el número de habitantes de la Tierra (7 000 000 000), los segundos que tiene un siglo (3 153 600 000), los kilómetros de un año luz (9 460 800 000 000)...

1. Lee las primeras líneas de esta página. Escribe cómo se leen:
 - a) El número de habitantes de la Tierra.
 - b) El número de segundos de un siglo.
 - c) El número de kilómetros que tiene un año luz.

Aproximaciones y errores

Aproximar un número es sustituirlo por otro número cercano a él. Dos métodos para aproximar un número son el truncamiento y el redondeo.

Truncar un número a un cierto orden es sustituir por ceros las cifras de los órdenes inferiores a él.

EJEMPLOS

Trunca a las centenas el número 18.271.

$$18.271 \rightarrow \text{TRUNCAMIENTO} = 18.200$$

Trunca a las decenas de millar el número 346.503.

$$346.503 \rightarrow \text{TRUNCAMIENTO} = 340.000$$

Aproximaciones y errores

5. Responde las siguientes cuestiones sobre truncamiento:

Trunca a las decenas a) 13548 → b) 327697 →

Trunca a las centenas a) 23456 → b) 197324 →

Trunca a las unidades de millar

a) 19823 →

b) 1234321 →

Escribe 2 números que truncados a las centenas den como resultado 7400

Aproximaciones y errores

Para redondear un número a un cierto orden:

- Si la cifra siguiente a la cifra del orden considerado es mayor o igual que 5, aumentamos esta última en una unidad y truncamos el resto.
- Si es menor, la dejamos igual y truncamos el resto.

EJEMPLOS

Redondea a las centenas el número 23.749.

$$23.749 \rightarrow \text{REDONDEO} = 23.700$$

Redondea a las decenas el número 23.749.

$$23.749 \rightarrow \text{REDONDEO} = 23.750$$

Aproximaciones y errores

El error es la diferencia entre el valor exacto y el aproximado; el mayor menos el menor.

EJEMPLO

Halla el error al aproximar 1.780 a las centenas.

Por truncamiento:

$$1.780 \rightarrow 1.700 \quad \text{Error} = 1.780 - 1.700 = 80$$

Por redondeo:

$$1.780 \rightarrow 1.800 \quad \text{Error} = 1.800 - 1.780 = 20$$

Aproximaciones y errores

6. Responde las siguientes cuestiones sobre redondeo:

Redondea a las decenas a) 13548 → b) 327697 →

Redondea a las centenas a) 23456 → b) 197324 →

Redondea a las unidades de millar

a) 19823 →

b) 1234321 →

Escribe 2 números que redondeados a las centenas den como resultado 7400

Aproximaciones y errores

7. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

	2314	1325	4300	937	1554	1665	9555
Truncar a las centenas							
Redondear a las decenas							
Redondear a las u.millar							

¿Qué error has cometido al redondear a las decenas los números 2314, 1325 y 1665?.

$$E_{\text{abs1}} =$$

$$E_{\text{abs2}} =$$

$$E_{\text{abs3}} =$$

Aproximaciones y errores

8. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

	953	849	5105	666	249	5555	4444
Truncar a las decenas							
Redondear a las centenas							

¿Qué error has cometido al redondear a las centenas los números 5105, 249 y 5555 ?.

$$E_{\text{abs1}} =$$

$$E_{\text{abs2}} =$$

$$E_{\text{abs3}} =$$

Aproximaciones y errores

9. Nos encontramos un cartel de "SE VENDE" un piso por 158180€. Dadas las siguientes aproximaciones:

a) 100000€ b) 158000€ c) 158200€ d) 160000

(i) ¿Cuál te parece la aproximación más cercana al precio real?

(ii) ¿Cuál te parece la mas adecuada para una información coloquial si has olvidado el precio exacto de venta del piso?

(iii) ¿Cuál de las aproximaciones es un redondeo a las centenas?



Aproximaciones y errores

10. El ayuntamiento de Hellín ha presupuestado 239627€ para rehabilitar un área deportiva. ¿Qué cifra darías para comunicar ese dato en una conversación informal? ¿Qué tipo de redondeo has hecho?.



Números Naturales - Orden

Si a es menor que b lo escribiremos así: $a < b$.

Si c es mayor que b lo escribiremos así: $c > b$.

Pag. 16

1 Lee las siguientes expresiones.

a) $4 < 7$

c) $12 < 15$

b) $9 > 3$

d) $11 > 6$

3 Ordena, de menor a mayor: 104, 97, 87, 218, 198.

Números Naturales - Orden

1.- Con las cifras de la columna izquierda, debes encontrar el número más grande y el número más pequeño de DOS cifras que con ellas se puede obtener:

3, 8, 2, 7, 9, 6	Número 2 cifras más pequeño =
	Número 2 cifras más grande =

4, 1, 7, 6, 8, 5	Número 2 cifras más pequeño =
	Número 2 cifras más grande =

2.- Con las cifras de la columna izquierda, debes encontrar el número más grande y el número más pequeño de TRES cifras que con ellas se puede obtener:

3, 8, 2, 7, 9, 6	Negativo 3 cifras más pequeño =
	Negativo 3 cifras más grande =

4, 1, 7, 6, 8, 5	Negativo 3 cifras más pequeño =
	Negativo 3 cifras más grande =

Números Naturales – Operaciones

Sumas y restas ya sabéis realizarlas.

Multiplicación (expresión abreviada de una suma)

EJEMPLOS

3 Expresa como un producto.

a) $3 + 3 + 3 + 3 =$

b) $12 + 12 =$

4 Colocamos en una báscula 5 sacos de patatas que pesan 75 kg cada uno.
¿Qué peso marcará la báscula?

Números Naturales – Operaciones

División (repartir una cantidad en partes iguales)

$$\begin{array}{l} \text{Dividendo} \rightarrow D \\ \text{Resto} \rightarrow r \end{array} \left| \begin{array}{l} d \leftarrow \text{Divisor} \\ c \leftarrow \text{Cociente} \end{array} \right. \rightarrow D = d \cdot c + r$$

EJEMPLO

- 6 Se quieren repartir 43 caramelos entre 14 niños. ¿Cuántos caramelos recibirá cada niño? ¿Sobra alguno?

Divisiones

11

Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$$1234 \overline{)56}$$

$$6329 \overline{)13}$$

$$15432 \overline{)24}$$

Realiza la prueba de la división para comprobar que están bien hechas:

Divisiones

12

Averigua el término que falta en cada división:

DIVIDENDO

39

53

15

1 000

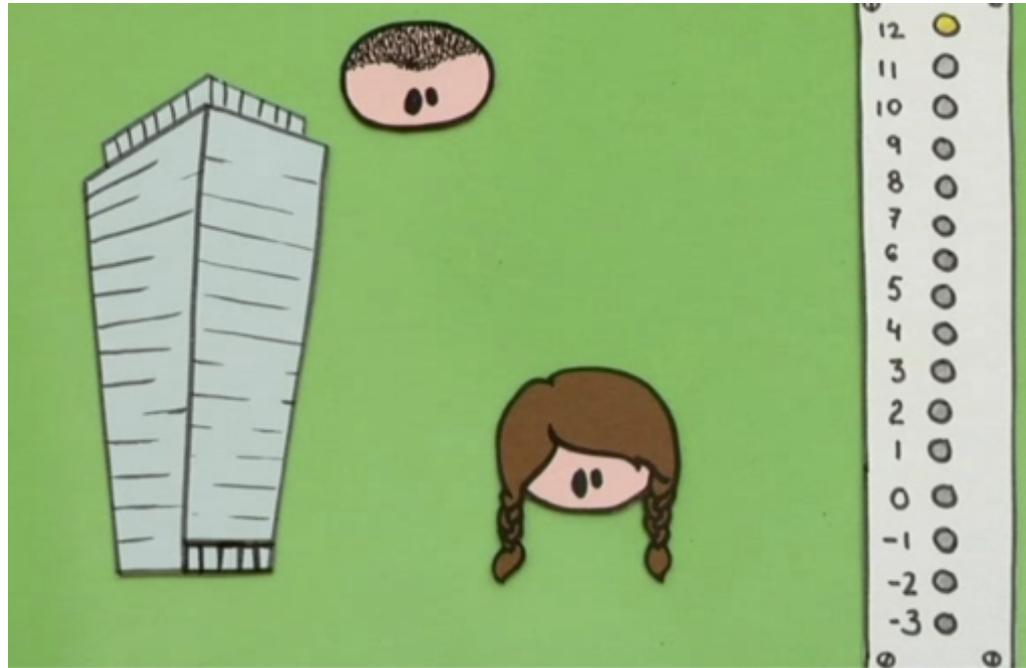
12

DIVISOR

38

Números Enteros

10_Videos>02_Números>
T4_Números_Enteros_Practicopedia



Números Enteros

10_Videos>01_Troncho_Poncho



Operaciones con Enteros – Tipo I

Si sumamos ó restamos dos números del mismo signo el resultado es la suma de los números y se pone el signo de los números.

$$+3 + 5 =$$

$$-4 - 2 =$$

Si sumamos ó restamos dos números de distinto signo el resultado es la resta de los números y se pone el signo del mayor de ellos.

$$-3 + 8 =$$

$$+3 - 7 =$$

Operaciones con Enteros – Tipo I

13. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $4+7=$	b) $-2-5=$	c) $-5+6=$	d) $4-7=$	e) $-4-9=$
f) $-6-3=$	g) $6-10=$	h) $9-7=$	i) $-8+3=$	j) $-5-3=$
k) $7-3=$	l) $2-5=$	m) $5+9=$	n) $-6+2=$	o) $-4+3=$
p) $-6-3=$	q) $-3-5=$	r) $-9+4=$	s) $-7+9=$	t) $-8-7=$



Operaciones con Enteros – Tipo II

Si tenemos varias sumas y restas juntas, sumamos los positivos y le restamos la suma de los negativos.

$$8 - 6 + 3 - 7 =$$

$$-6 + 4 - 3 - 2 - 8 + 5$$

Operaciones con Enteros – Tipo II

14. Resuelve las siguientes operaciones:

Ejercicios	Operaciones
a) $5 - 6 + 2 - 4 + 1 =$	_____ - _____ =
b) $4 + 5 + 3 - 2 - 9 - 7 =$	_____ - _____ =
c) $8 + 3 - 4 - 5 + 2 =$	_____ - _____ =
d) $- 7 + 8 - 4 - 3 - 2 =$	_____ - _____ =
e) $3 - 4 - 5 - 6 - 7 + 2 =$	_____ - _____ =
f) $1 + 9 - 6 - 4 - 3 + 8 =$	_____ - _____ =

Operaciones con Enteros – Tipo II

14. Resuelve las siguientes operaciones:

Ejercicios	Operaciones
g) $- 2 - 3 - 5 + 4 - 1 + 3 =$	_____ - _____ =
h) $- 6 - 5 + 8 - 3 + 9 - 1 + 8 =$	_____ - _____ =
i) $- 2 - 3 - 5 + 4 - 1 + 3 =$	_____ - _____ =
j) $- 4 + 7 + 6 + 2 - 8 - 2 + 3 =$	_____ - _____ =
k) $- 4 - 2 + 1 + 8 - 9 + 3 =$	_____ - _____ =
l) $9 - 4 + 3 - 6 + 8 - 3 + 5 =$	_____ - _____ =

Operaciones con Enteros – Tipo III

Si hay varios signos juntos usar **la regla de los signos:**

-Dos signos iguales ($++$, $--$) sale +

-Dos signos distintos ($+-$, $-+$) sale -

De esta manera se convierte en un ejercicio de los anteriores

a) $(-3) - (+4) - (-8)$

b) $-(-5) + (-6) - (-3)$

c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4)$

d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7)$

Operaciones con Enteros – Tipo II

15. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $6 - (-3) =$	d) $5 - (+3) =$
b) $-7 + (-4) =$	e) $-9 - (-4) =$
c) $-3 - (-7) =$	f) $-6 - (+8) =$

Operaciones con Enteros – Tipo II

15. Resuelve las siguientes operaciones:

g) $- (+4) - (- 6) + (+3) =$	j) $- (-5) - (+ 6) + (+2) + (-4) =$
h) $- (-3) + (- 8) - (+2) =$	k) $- (+4) - (- 9) + (+1) + (-2) =$
i) $(-4) - (+ 5) + (-6) =$	l) $- (-3) + (- 5) + (+9) - (+6) =$

Operaciones con Enteros – Tipo IV

Producto y división con signos, hacer la multiplicación o división y aplicar la regla de los signos.

$$(+3) \cdot (-6) =$$

$$(-3) \cdot (-6) =$$

$$(+24) : (+4) =$$

$$(+24) : (-4) =$$

$$(-24) : (+4) =$$

$$(-24) : (-6) =$$

Operaciones con Enteros – Tipo IV

16. Resuelve las siguientes operaciones:

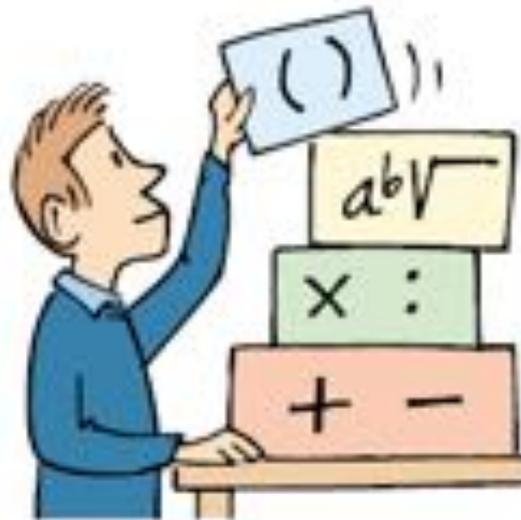
a) $(+2) \cdot (-3) =$		d) $(-4) \cdot (-9) =$	
b) $(+6) \cdot (+7) =$		e) $(-8) : (+2) =$	
c) $(-5) \cdot (+4) =$		f) $(-18) : (-6) =$	

g) $(+20) : (-2) \cdot (-3) =$		j) $(+9) : (-3) \cdot (+2) =$	
h) $(-2) \cdot (-4) \cdot (-3) =$		k) $(+8) : (-4) : (-2) =$	
i) $(+2) \cdot (-6) \cdot (-5) =$		l) $(+20) : (-5) : (+2) =$	

Tipo V - Jerarquía de las operaciones

Cuando en una expresión aparecen operaciones combinadas, el orden en que se realizan las operaciones es el siguiente.

- 1.º Las operaciones que hay entre paréntesis.
- 2.º Las potencias y las raíces.
- 3.º Los productos y las divisiones, de izquierda a derecha.
- 4.º Las sumas y las restas, de izquierda a derecha.



Jerarquía de las operaciones

17. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $7 + 4 \cdot 3$

d) $15 : 5 - 8$

b) $4 + 8 : 2$

e) $3 - 3 \cdot 3$

c) $8 \cdot 3 + 5 \cdot 2$

f) $6 - 12 : 2$

g) $3 \cdot 4 - 3 \cdot 2 + 21 : (-3)$

Jerarquía de las operaciones

17. Resuelve las siguientes operaciones:

h) $2 \cdot 6 - 13$	k) $8 + 5 \cdot 2$
i) $5 + 5 \cdot 2$	l) $7 - 9 \cdot 3$
j) $(8 + 5) \cdot 2$	m) $7 + 5 \cdot (-2)$
ñ) $18 : 2 - 3 \cdot (8 - 4) + (-4) \cdot (-2)$	

Jerarquía de las operaciones

17. Resuelve las siguientes operaciones:

$$\text{o) } 3 \cdot 8 - 5 \cdot 2$$

$$\text{r) } -8 + 3 \cdot (-2)$$

$$\text{p) } 16 : 8 - 4 \cdot 3$$

$$\text{s) } 12 : 2 - 2 \cdot 2$$

$$\text{q) } (-8 + 5) \cdot 3$$

$$\text{t) } 5 \cdot 2 + 3$$

$$\text{u) } 8 - [9 - (3 + 4) \cdot 2]$$

Jerarquía de las operaciones

18. Resuelve las siguientes operaciones:

a) $5^3 - 6 \cdot (2^3 - 2)$	c) $2^2 - (3^3 - 3) \cdot 4$	e) $2^3 \cdot (\sqrt{36} - 4)$
b) $4^2 + 2^3 \cdot 3^2$	d) $(\sqrt{16} - \sqrt{9}) \cdot (\sqrt{16} + \sqrt{9})$	f) $(21 + \sqrt{16}) : \sqrt{25}$

Jerarquía de las operaciones

19. Resuelve las siguientes operaciones:

$$\text{a) } 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 - 1 \cdot 3 =$$

$$\text{b) } (-2) \cdot (-4) - (-5) \cdot (+3) =$$

$$\text{c) } [9 \cdot (7 - 3 \cdot 4)] - 2 \cdot (-3) =$$

Jerarquía de las operaciones

19. Resuelve las siguientes operaciones:

$$d) 3 - 2 \cdot 4 - 1 - 2 \cdot 3 =$$

$$e) (5-9) \cdot (-4) + 2 \cdot (6-3) =$$

$$f) (-2) \cdot (+5) - (-3) \cdot (-7) - 5 + 4 \cdot 8 =$$

Jerarquía de las operaciones

19. Resuelve las siguientes operaciones:

$$g) 4 + 5 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 =$$

$$h) (5 - 3) \cdot 4 - 2 \cdot (-6 - 3) =$$

$$i) 3 - 2 \cdot (-5) - 4 \cdot (3 - 2 \cdot 4) =$$

Jerarquía de las operaciones

20. Escribe un expresión que resuelva cada enunciado y calcula la solución:

a) Un coche transporta 6 cajas de melones, 15 de sandías y 8 de fresas. Las cajas de melones pesan 20 kg, las de sandías 30 kg y las de fresas 3 kg. ¿Cuántos kg lleva el coche?.	
b) Envasamos 1200 litros de leche en botellas de 10 litros, 1400 litros de batidos en botellas de 7 litros y 300 litros de zumo en botellas de 6 litros. ¿Cuántas botellas tendremos?	
c) En mi casa tengo 4 mesas, 14 sillas y 12 taburetes. ¿Cuántas patas tiene, teniendo en cuenta que los taburetes son de 3 patas y el resto de 4 patas?	
d) En un supermercado 30 packs de pan de molde normal, 12 packs de pan de molde sin borde y 15 packs de pan de molde integral. Si cada pack tiene 6 unidades. ¿Cuántas unidades habrá en total?	

Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Baloncesto

21. En un partido de baloncesto, los máximos anotadores han sido Juan, Jorge y Mario. Juan ha logrado 19 puntos, Jorge 5 puntos más que Juan y Mario 7 puntos menos que Jorge. ¿Cuántos puntos han obtenido entre los tres?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Voleibol

22. El equipo de voleibol del instituto decide celebrar su victoria de liga yendo de viaje con su entrenador. Sabiendo que el equipo lo componen 20 alumnos, que el viaje les cuesta a cada uno 150 €, la noche en habitación individual 50 € y que han pagado 7350 € en total, ¿cuántos días han estado de viaje?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Ahorros

23. Cada fin de semana Luis recibe 6 € y se gasta 4 €. ¿Cuántas semanas han de pasar hasta que ahorre 18 €?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Fiesta

24. Nacho y Ana están preparando una fiesta y compran 12 botellas de 2 litros de naranja, 12 de limón y 12 de cola.

a) ¿Cuántos litros han comprado?

b) Si cada botella de 2 litros cuesta 2 €, ¿cuánto dinero se han gastado?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Caramelos

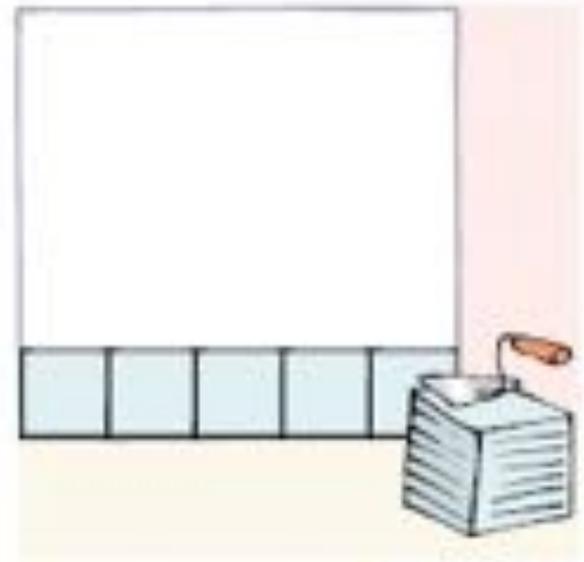
25. Para repartir 27 caramelos en bolsas de 4, 5 o 6 caramelos sin que sobre ninguno, ¿cuántas bolsas necesitamos como mínimo?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Azulejos

26. ¿Cuántos azulejos necesita Jorge para cubrir una pared cuadrada, si en la primera fila ha colocado 5 azulejos?



Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Inventar problemas

27. Inventa un enunciado cuya solución sea
 $240 \times 5 = 1200$

Números Naturales – Problemas de Ejemplo

Inventar problemas

28. Inventa un enunciado cuya solución sea
 $(115 + 5) : 6$

Problemas operaciones combinadas

29. Invéntate un problema cuya solución sea $3 \cdot 2 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 9$

Problemas operaciones combinadas

30. Invéntate un problema cuya solución sea $(9-7):2$

Números Naturales – Problemas

31. El divisor es 34, el cociente 9 y el resto 12.
¿Cuál es el dividendo?

Números Naturales – Problemas

32. Se ha llenado 5432 sacos de trigo. Cada uno pesa 92 kilos y sobran 20 kilos. ¿Cuánto trigo había para llenar los sacos?

Números Naturales – Problemas

33. En un vivero tienen 18 cajas de 50 rosas preparadas para la venta. ¿Cuántas cajas les faltan para cubrir un pedido de 100 docenas de rosas?

Números Naturales – Problemas

34. Juan ahorra 18 € a la semana y tiene 540 € en su cuenta del banco. ¿Cuántas semanas debe esperar aún para poder comprar una bicicleta que cuesta 900 €?

Números Naturales – Problemas

35. Un camión cisterna destinado al riego de un parque ha transportado 50400 litros de agua en 14 viajes. ¿Cuántos litros llevará en 5 viajes?

Números Naturales – Problemas

36. Un frutero compra manzanas a 22 € la caja y las vende a 2€ el kilo. Sabiendo que una caja contiene 15 kg. ¿Cuántas cajas ha de vender para ganar 600 €?

Números Naturales – Problemas

37. Rafael y Marisa cobran 140 € por un trabajo de buzoneo de propaganda. Rafael ha repartido 3 paquetes de folletos y Marisa 4 paquetes. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

Potencias

Una **potencia** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

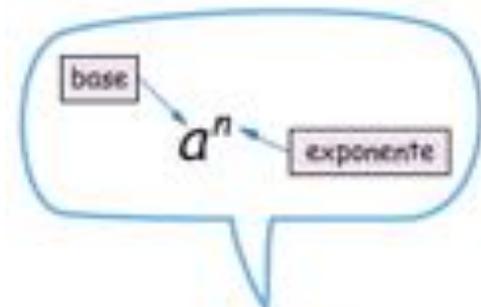
a es la **base**, el factor que se repite.

n es el **exponente**, el número de veces que se repite la base.

$$2 \cdot 2 = \quad \longrightarrow \quad \text{se lee}$$

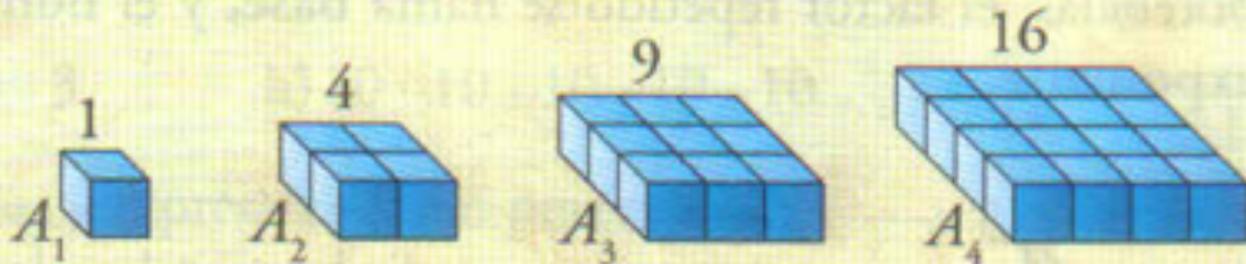
$$4 \cdot 4 \cdot 4 = \quad \longrightarrow \quad \text{se lee}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \quad \longrightarrow \quad \text{se lee}$$

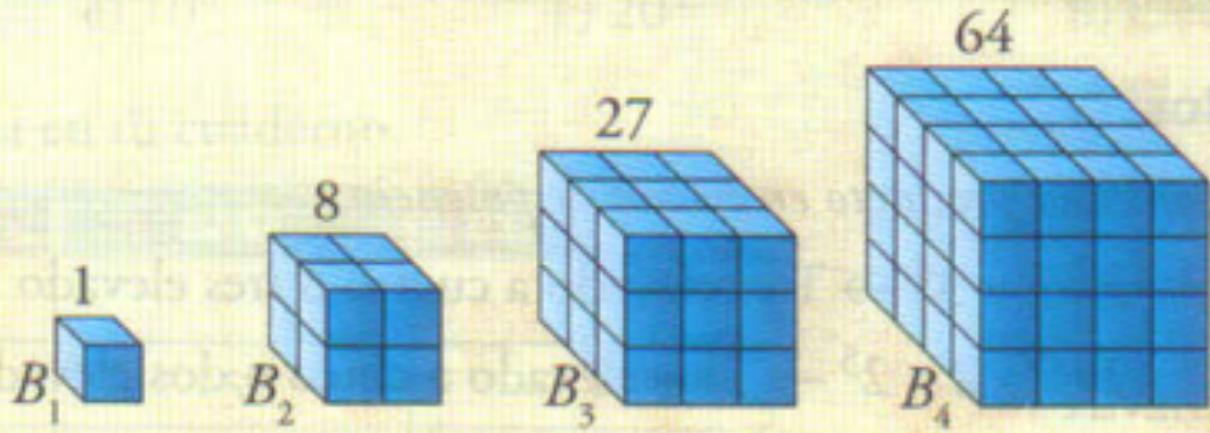


Ejemplo números cuadrados y números cúbicos

NÚMEROS CUADRADOS



NÚMEROS CÚBICOS



Casos particulares de potencias



- Potencias de base 0



- Potencias de base 1



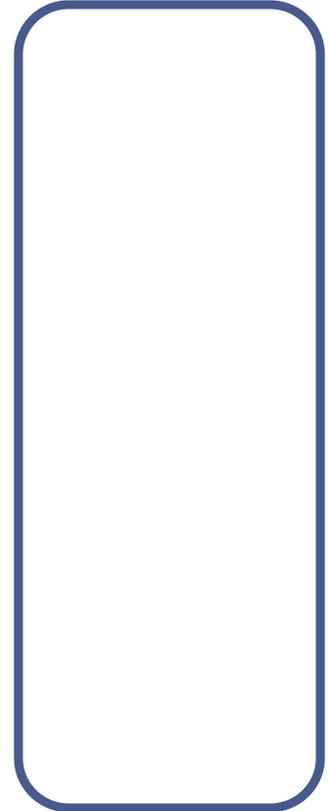
- Potencias de base 10



- Potencias exponente 0



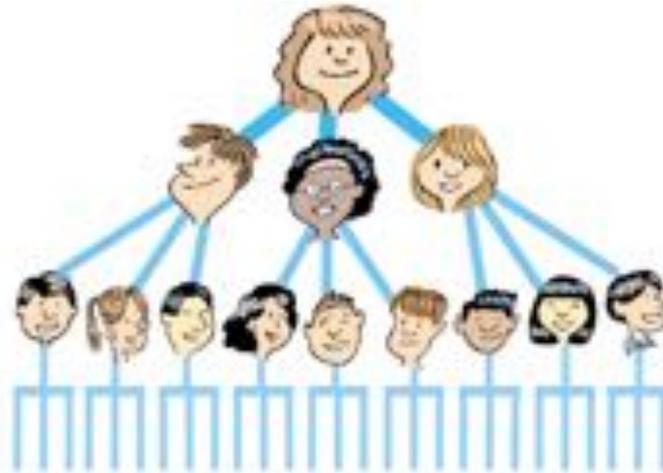
- Potencias exponente 1



Potencias

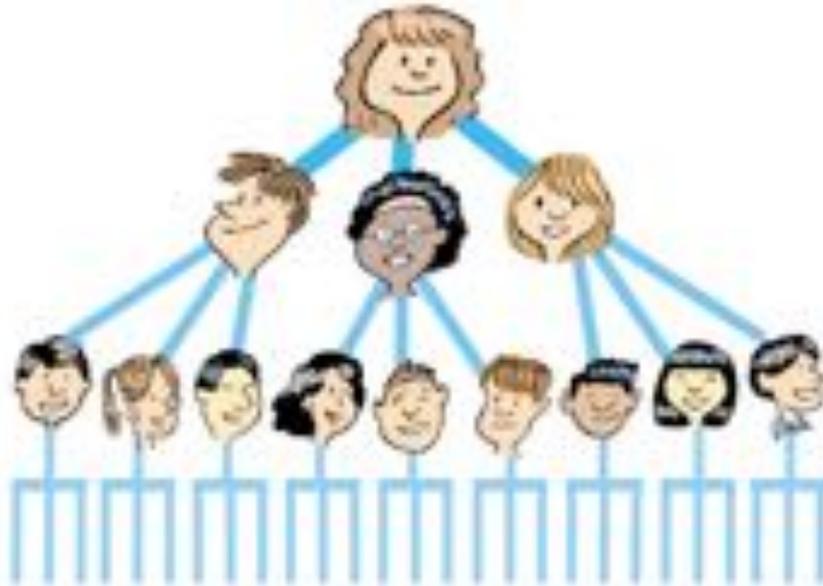
38. A Sofía le ha llegado este mensaje al móvil...

Lo va a reenviar a 3 amigos. Cada uno de ellos al día siguiente lo mandará a otros 3 y así sucesivamente.



Potencias

- a) ¿Cuántos mensajes se enviarán el tercer día? ¿Y el cuarto?
- b) Si todas las personas mandaran sus mensajes, ¿Al cabo de una semana a cuántas personas, como máximo, puede llegar el mensaje de Sofía?
- c) ¿Qué ocurriría si Sofía hubiera mandado solo 2 mensajes? ¿Y si hubieran sido 4? ¿Y 5?



Potencias

39. "Un computador infectado con un virus, envía 7 correos a otros computadores. Al día siguiente cada uno de estos envía 7 correos mas y así sucesivamente".

A. ¿Cuántos computadores hay solo el sexto día?

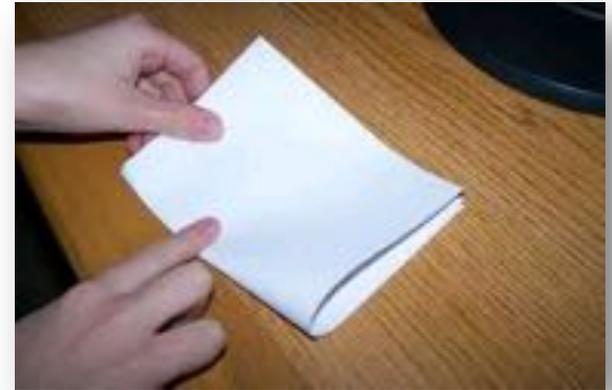
B. ¿Cuántos computadores infectados habrán en total hasta el cuarto día?



Potencias

¿Cuántas veces se puede doblar una hoja de papel?

¿Llegaste a la séptima vez? A los 7 dobleces tendrás que doblar 128 capas, lo cual es bastante difícil ¿verdad?



Al principio podríamos pensar que podemos hacer muchos dobleces, sin embargo con esfuerzo se puede llegar a 8 o 9 dobleces. El record está en 12 dobleces y esto con mucha dificultad.

Si consideramos que una hoja tiene un grosor de 0,01 cm, con 22 dobleces tendríamos una pila de papel de 419,4304 metros. Sería más alta que la Torre Eiffel que mide 300 metros.



Veamos la presentación "Viaje del micro al macrocosmos"



Ejercicios

Potencias

40. Escribe en forma de potencia y calcula:

a) Siete al cuadrado		d) Seis al cuadrado	
b) Cinco al cubo		e) Tres al cubo	
c) Tres a la cuarta		f) Dos a la quinta	

41. Escribe en forma de potencia y calcula:

a) $6 \cdot 6 \cdot 6$		c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	
b) $11 \cdot 11$		d) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	

42. Completa la siguiente tabla:

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elevado al cuadrado	1						49			100
Elevado al cubo		8			125					

Propiedades de las potencias

Potencia de exponente 0 y exponente 1

- Una potencia de exponente 1 es igual a la base $\rightarrow a^1 = a$.
- Una potencia de exponente 0 es igual a 1 $\rightarrow a^0 = 1$.

Producto de potencias de la misma base

Para multiplicar dos o más potencias de la misma base, se deja la misma base y se suman los exponentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Escribe estos productos de potencias como una sola potencia.

a) $3^2 \cdot 3^4$

b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$

Propiedades de las potencias

Potencia de exponente 0 y exponente 1

43. Calcula:

a) 2^0		c) 7^1		e) x^0		g) a^0		i) 124^1	
b) 5^1		d) 12^0		f) y^1		h) a^1		j) 102^0	

Producto de potencias de la misma base

44. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $2^5 \cdot 2^7$		c) $4^2 \cdot 4^3$		e) $2^{15} \cdot 2^9$		g) $2^5 \cdot 2^x = 2^7$	
b) $3^4 \cdot 3^5$		d) $5^9 \cdot 5^5$		f) $2^3 \cdot 2^3$		h) $5^x \cdot 5^7 = 5^{12}$	

Propiedades de las potencias

Cociente de potencias de la misma base

Para dividir dos potencias con la misma base, se deja la misma base y se restan los exponentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Calcula este cociente de potencias $3^5 : 3^2$.

Propiedades de las potencias

Cociente de potencias de la misma base

45. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $2^7:2^5$		c) $7^5:7^1$		e) $2^4:2^4$		g) $2^5:2^x=2^2$	
b) $3^9:3^5$		d) $6^6:6^5$		f) $2^{15}:2^3$		h) $5^x:5^4=5^9$	

46. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $(2^9 : 2^5) \cdot 2^7$		c) $(7^9 : 7^1) : 7^4$		e) $(a^8 \cdot a^4) : a^3$	
b) $(3^9 \cdot 3^3) : 3^6$		d) $(4^6 : 4^5) \cdot 4^1$		f) $(y^2 \cdot y^3) \cdot y^4$	

Propiedades de las potencias

Potencia de una potencia

Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Escribe como una sola potencia $(4^3)^2$.

Potencia de una multiplicación y de una división

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

$$5^4 \cdot 2^4 =$$

$$6^3 : 2^3 =$$

Propiedades de las potencias

Potencia de una potencia

47. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $(2^3)^4$		c) $(5^3)^5$		e) $(11^9)^0$		g) $(2^7)^5$		i) $((2^3)^4)^2$	
b) $(3^2)^7$		d) $(7^6)^3$		f) $(13^1)^1$		h) $(3^5)^4$		j) $((3^2)^3)^5$	

Potencia de una multiplicación y de una división

48. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $2^7 \cdot 3^7$		c) $21^5 : 7^5$		e) $12^4 : 2^4$		g) $2^5 \cdot 4^5$	
b) $9^{12} : 3^3$		d) $4^6 \cdot 6^6$		f) $20^{15} \cdot 5^{15}$		h) $15^x : 5^x$	

Propiedades de las potencias

Propiedades mezcladas

49. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $(4^9 : 2^9) \cdot 2^7$	c) $(8^9 : 2^9) : 2^9$	e) $(b^5 \cdot b^4) : b^3$
b) $(9^7 \cdot 9^4) : 3^{11}$	d) $(9^6 : 3^6) \cdot 3^5$	f) $(y^2)^3 \cdot (y^4)^2$

Propiedades de las potencias

Propiedades mezcladas

50. Escribe en forma de potencia sin calcular:

a) $(4^9 : 2^9) \cdot (8^7 : 4^7)$	c) $(4^9 \cdot 3^9) : (2^3 \cdot 3^3)^3$	e) $(4^5 \cdot 4^4) : (2^3)^3$
b) $(5^4)^5 : (5^6)^2$	d) $(30^7 : 5^7) \cdot (6^5)^2$	f) $(28^2)^6 \cdot (7^4)^3$

Propiedades de las potencias

51. Invéntate un problema de la vida real cuya solución sea 2^5 .

Potencias – Examen de repaso

1

● Expresa como una sola potencia.

a) $7^2 \cdot 7^3$

b) $11^4 \cdot 8^4$

c) $8^3 \cdot 5^3$

d) $4^5 \cdot 4$

2

Expresa como una sola potencia.

a) $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^3$

c) $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^5$

b) $5^4 \cdot 5 \cdot 5^6$

d) $4^3 \cdot 5^3 \cdot 6^3$

Potencias – Examen de repaso

3

Expresa como una sola potencia.

a) $6^8 : 6^3$

b) $2^{15} : 2^7$

c) $6^5 : 3^5$

d) $4^6 : 2^6$

4

Expresa como una potencia.

a) $(2^7 : 2^4) : 2^2$

c) $11^5 : (11^6 : 11^3)$

b) $(7^9 : 7^3) : 7^4$

d) $4^3 : (4^5 : 4^2)$

5

Expresa como una potencia.

a) $(5^4)^2$

c) $(6^5)^2$

e) $(5^0)^3$

b) $(7^3)^3$

d) $(8^2)^6$

f) $(4^1)^3$

Potencias – Examen de repaso

6

Calcula.

a) $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$

c) $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$

b) $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$

d) $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$

7

Resuelve.

a) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$

c) $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$

b) $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$

d) $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$

8

Calcula las siguientes expresiones.

a) $3^9 : [(3^2)^5 : 3^7] \cdot 3^3$

b) $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$

Potencias – Soluciones Examen de repaso

5

Expresa como una potencia.

a) $(5^4)^2$

c) $(6^5)^2$

e) $(5^0)^3$

b) $(7^3)^3$

d) $(8^2)^6$

f) $(4^1)^3$

a) 5^8

c) 6^{10}

e) $5^0 = 1$

b) 7^9

d) 8^{12}

f) 4^3

6

Calcula.

a) $(3^5 \cdot 3^2) : 3^3$

c) $(8^5 : 8^3) \cdot 8^2$

b) $4^3 \cdot (4^7 : 4^4)$

d) $7^5 : (7^2 \cdot 7^2)$

a) $3^7 : 3^3 = 3^4$

c) $8^2 \cdot 8^2 = 8^4$

b) $4^3 \cdot 4^3 = 4^6$

d) $7^5 : 7^4 = 7$

7

Resuelve.

a) $(3^5)^2 \cdot (3^2)^4$

c) $(9^5)^3 \cdot (9^4)^3$

b) $(7^3)^3 \cdot (7^2)^4$

d) $(11^6)^2 \cdot (11^3)^4$

a) $3^{10} \cdot 3^8 = 3^{18}$

c) $9^{15} \cdot 9^{12} = 9^{27}$

b) $7^9 \cdot 7^8 = 7^{17}$

d) $11^{12} \cdot 11^{12} = 11^{24}$

Potencias – Soluciones Examen de repaso

8

Calcula las siguientes expresiones.

a) $3^9 : [(3^2)^5 : 3^7] \cdot 3^3$

b) $(7^2)^3 \cdot (7^5 : 7^2) : (7^2)^4$

a) $3^9 : (3^{10} : 3^7) \cdot 3^3 = 3^9 : 3^3 \cdot 3^3 = 3^6 \cdot 3^3 = 3^9$

b) $7^6 \cdot 7^3 : 7^8 = 7^9 : 7^8 = 7$



Raíces

La raíz cuadrada exacta de un número a es otro número b tal que, al elevarlo al cuadrado, obtenemos el número a .

$$\sqrt{a} = b, \text{ cuando } b^2 = a$$

Llamamos **radicando** al número a , $\sqrt{\quad}$ es el símbolo de la raíz y decimos que b es la raíz cuadrada de a .

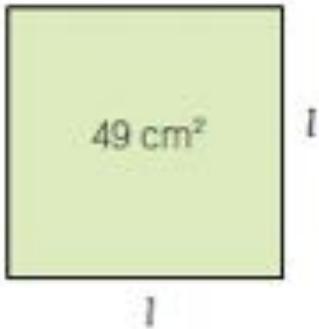
52

a) $\sqrt{1} =$	c) $\sqrt{81} =$	e) $\sqrt{4} =$	g) $\sqrt{121} =$
b) $\sqrt{16} =$	d) $\sqrt{25} =$	f) $\sqrt{49} =$	h) $\sqrt{64} =$

i) $\sqrt{36} =$	l) $\sqrt{169} =$	n) $\sqrt{100} =$
j) $\sqrt{144} =$	m) $\sqrt{9} =$	o) $\sqrt{196} =$

Raíces

53. El área de un cuadrado es 64 cm^2 . ¿Cuánto mide su lado?



54. Calcula el lado de un cuadrado de 121 cm^2 de área.

Aproximación de raíces cuadradas

Aproximar una raíz es buscar entre que dos n^ºs exactos esta esa raíz.

$$\text{Ej: } \sqrt{36} = 6 < \sqrt{39} < 7 = \sqrt{49}$$

Aproximación de raíces cuadradas

55. Aproxima las siguientes raíces:

a) $\sqrt{50} =$	c) $\sqrt{26} =$	e) $\sqrt{14} =$	g) $\sqrt{105} =$	i) $\sqrt{45} =$
b) $\sqrt{38} =$	d) $\sqrt{20} =$	f) $\sqrt{66} =$	h) $\sqrt{82} =$	j) $\sqrt{122} =$

Opuesto y valor absoluto

Opuesto de 2 \rightarrow -2

Valor absoluto $|2|=2$ y $|-2|=2$

Opuesto y valor absoluto

56. Escribe el opuesto y el valor absoluto en cada caso:

a) Opuesto de 5		c) $ 7 $		e) Opuesto de -7	
b) $ -4 $		d) Opuesto de 3		f) $ -5 $	

g) $ 14 $		i) $ -7 $	
h) $ -3 $		j) $ 8 $	

Problemas de números enteros

57. En un congelador hay una temperatura de 16°C bajo cero. Fuera hay una temperatura de 14°C . ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre el frigorífico y el exterior?.

Problemas de números enteros

58. A las 7 de la mañana hacía 3 grados bajo cero. A las 10 de la mañana la temperatura había subido 7°C y al medio día subió 5 grados más. A las 7 de la tarde la temperatura bajo 6°C y a las 11 de la noche había bajado 9 grados más. ¿Qué temperatura hacía a las 11 de la noche?.